

La figure de la Terre au XVIIIème siècle, un problème géodésique ou astronomique ?

Frédéric Chambat, LST, ENS Lyon

Irène Passeron, CNRS, REHSEIS, Paris



Plan de l'exposé

- I. La figure de la Terre aux 17-18^{èmes}
- II. Géométrie vs. analyse : le tournant du 18^{ème}
- III. La figure de la Terre et d'Alembert
Les opuscules, le MS 1787



La figure de la Terre:
Une question de géométrie?



Ou échappe-t-elle à tout modèle géométrique ?

Tome VI, 1756, Figure de la Terre (p.749)

Figure de la Terre, (Astron. Géog. Physiq. & Méch.) Cette importante question a fait tant de bruit dans ces derniers tems, les Savans s'en sont tellement occupés, sur-tout en France, que nous avons crû devoir en faire l'objet d'un article particulier, sans renvoyer au mot Terre, qui nous fournira d'ailleurs assez de matière sur d'autres objets.

Nous n'entrerons point dans le détail des opinions extravagantes que les anciens ont eues, ou qu'on leur attribue sur la figure de la Terre. On peut s'en instruire dans l'Almageste de Riccioli & ailleurs. Anaximandre, dit-on, crut la terre semblable à une colonne, Leucippe à un cylindre, Cléanthe à un cone, Héraclite à un esquif, Démocrite à un disque creux. Anaximene & Empedocle à un disque plat, enfin

Xenophane de Colophon s'est imaginé qu'elle avoit une racine infinie sur laquelle elle portoit. Cette dernière opinion rappelle celle des peuples indiens, qui croyent la terre portée sur quatre éléphants. Mais on nous permettra de douter que la plupart des philosophes qu'on vient de nommer, ayent eu des idées si absurdes. L'Astronomie avoit déjà fait de leur tems de grands progrès, puisque Thales qui les précéda, avoit prédit des éclipses. Or il n'est pas vraisemblable, ce me semble, que dans des tems où l'Astronomie étoit déjà si avancée, on fût encore si ignorant sur la figure de la Terre; car on va voir que les premières observations astronomiques ont dû faire connoître qu'elle étoit ronde en tout sens. Aussi Aristote qui a été contemporain, ou même prédécesseur de plusieurs des philosophes nommés ci-dessus, établit & prouve la rondeur de la terre dans son second livre de coelo, chap. xiv. par des raisons très-solides, & à peu-près semblables à celles que nous allons en donner.

Méch.) Cette importante question a fait tant

aire l'objet d'un article particulier, sans
d'ailleurs assez de matière sur d'autres

pinions extravagantes que les anciens ont

de la Terre. On peut s'en instruire dans
andre, dit-on, crut la terre semblable à

anthé à un cône, Héracle à un esquis, Empédocle à un disque plat, enfin le plus ancien & le plus probable, qui étoit imaginé par les Indiens, étoit un cylindre. C'est ce qu'a imaginé le poëte, en disant que la terre étoit portée sur quatre éléphans. Mais si nous parvenons à nous en convaincre, nous aurons de quoi nous amuser. L'Astronomie avoit déjà fait de leur tems de grandes découvertes, & nous en aurons de plus à faire. L'Astronomie n'est pas une science si absurde, que l'on s'imagine. Les observations astronomiques ont dû faire connoître, ce me semble, que dans des tems où les philosophes nommés ci-dessus étoient encore si ignorant sur la figure de la Terre; les observations astronomiques ont dû faire connoître, que dans des tems où l'on voyoit tourner autour de la terre, il n'en avoit guère d'autre qui étoit son centre. L'Astronomie a dû nous en donner de plus, & nous en aurons de plus à faire. L'Astronomie n'est pas une science si absurde, que l'on s'imagine. Les observations astronomiques ont dû faire connoître, ce me semble, que dans des tems où les philosophes nommés ci-dessus étoient encore si ignorant sur la figure de la Terre; les observations astronomiques ont dû faire connoître, que dans des tems où l'on voyoit tourner autour de la terre, il n'en avoit guère d'autre qui étoit son centre. L'Astronomie a dû nous en donner de plus, & nous en aurons de plus à faire.

[observations des étoiles... par conséquent
courbe dans le sens du méridien. Or les pla

Or une surface est un espace terminé en tout sens par des lignes, ces lignes sont ou bien des lignes droites, ou bien des courbes (c'est ce qu'on appelle un espace terminé en tout sens par des lignes, pour voir que la t

**méridien, qu'elle ne soit courbe aussi dans
par conséquent elle est courbe dans tous les
convergentes...] d'où on conclut avec raison**

sphérique; je dis à-peu-près, parce qu'il y a

la Terre n'avoit pas exactement cette figure Lettres, t. XVIII. p. 97. Mais nonobstant ce la Terre doit être regardée comme une uniquement à la philosophie moderne, par Erudition, tom. V. p. 918. col. 1. Quoi qu'il les philosophes anciens attribuoient à la Terre de le croire jusqu'à ce que l'observation en

Sil la rondeur de la Terre avoit besoin d'une figure, le monde, ceux qui ont souvent fait le tour de la Terre, [description]

La sphéricité de la Terre admise, il étoit assés évident, & par conséquent la circonférence générale au mot Degré, comment on mesure. Voyons maintenant comment on s'est servi de nos connoissances sur ce point: comment on a pu se méprendre, & comment on se méprend encore. On a vu, par exemple, que les cartes de la Terre, qui sont trop près l'une de l'autre, & les cartes de la Lune, qui sont trop loin l'une de l'autre, ne sont pas exactes. On a vu, par exemple, que les cartes de la Terre, qui sont trop près l'une de l'autre, & les cartes de la Lune, qui sont trop loin l'une de l'autre, ne sont pas exactes. On a vu, par exemple, que les cartes de la Terre, qui sont trop près l'une de l'autre, & les cartes de la Lune, qui sont trop loin l'une de l'autre, ne sont pas exactes.

bles les points correspondants ; à séparer en plusieurs figures, celles qui seroient trop compliquées ; à décrire, par exemple, les côtes d'un pays, en ne montrant que la délimitation, etc. Et mille autres détails que l'usage seul peut apprendre.

de tous les méridiens concourant au pôle, qu'un peu de réflexion (même sans aucune démonstration) ne sauroit être courbe dans le sens du sens perpendiculaire au méridien, & que les autres observations astronomiques ne la Terre avoit aussi à-peu-près la figure

Figure 1, se dit quelques-uns en *Arithmétique* des

opinion des anciens, **la non-sphéricité de la Terre** qui appartient absolument &

Nous n'entrons point dans le détail des opinions et des raisons qui ont été exposées dans l'article de l'Almageste de Riccioli & ailleurs. Anaximandre, soit, il est certain du moins qu'en général il étoit une sphéricité parfaite; & il étoit naturel de se tromper sur quatre éléphants. Mais, on nous per-

autre preuve encore plus à la portée de tout le monde, & qui étoit déjà si avancée, on fut encore si ignorant sur la figure de la Terre; car on va voir que les premières observations astronomiques ont dû faire connoître qu'elle étoit ronde en tous sens. Aussi Aristote, qui étoit le premier philosophe qui ait écrit sur ce sujet, prouve la rondeur de la terre dans son second livre de *Météorologie*. On a expliqué en détail le degré du méridien, nous y renvoyons, [...].] usé de cette sphéricité, & quel est l'état présent de la terre, nous en faisons quelques réflexions générales.

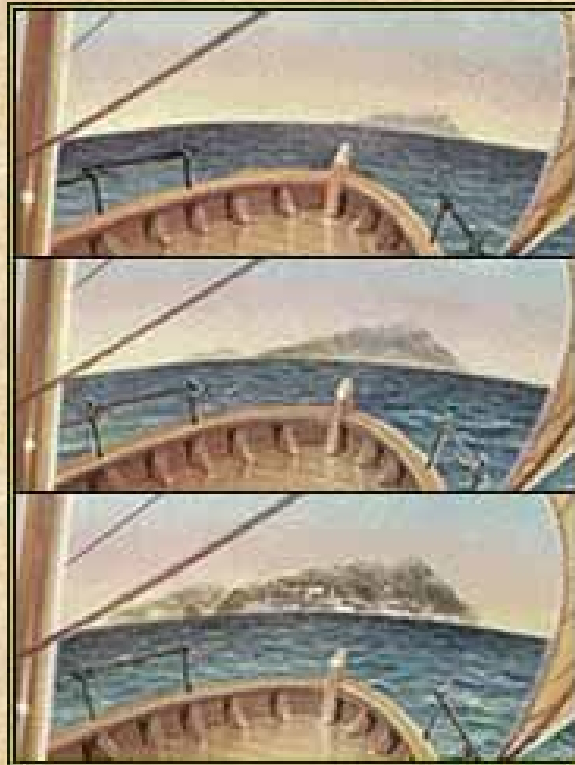
La Terre était ronde

Anaximandre (VI^e siècle av. J.-C.). Terre sans support.

Parménide (v. 515-450 av. J.-C.), école pythagoricienne, Terre sphérique.

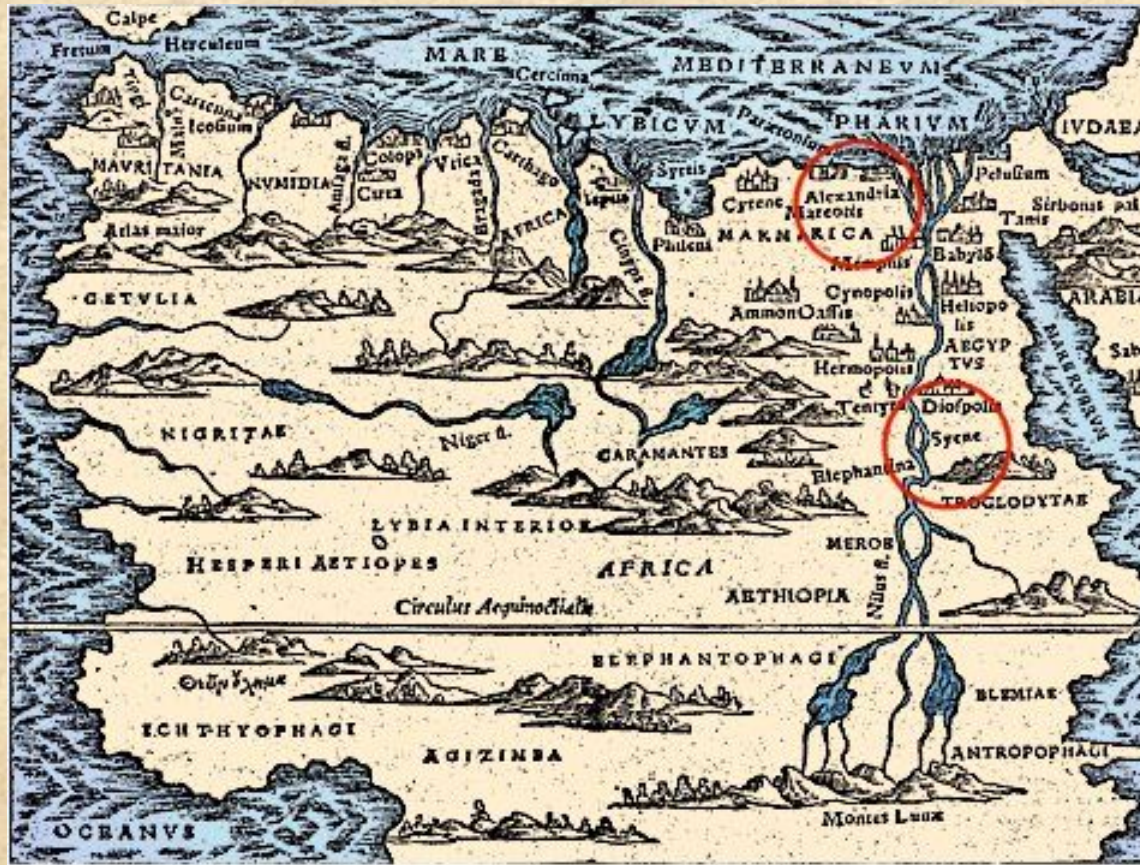
(**Pythagore**, v. 560-480 av. J.-C.).

Aristote (v. 384-322 av. J.-C.). Arguments pour la sphéricité.



Eudoxe (v. 400-355 av. J.-C.). Première mesure connue.

Eratosthène (284-192 av. J.-C.). Première bonne mesure connue.



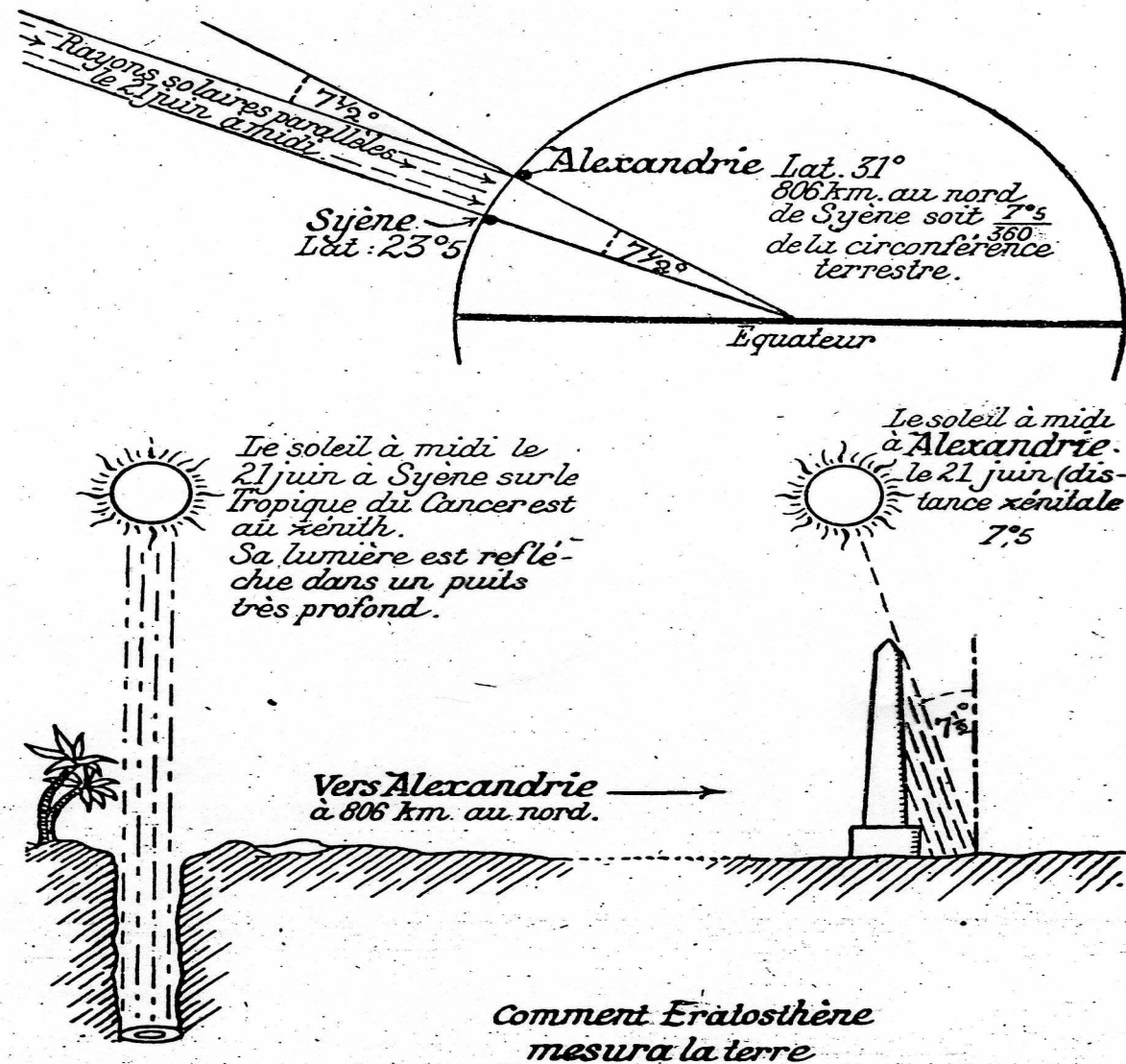
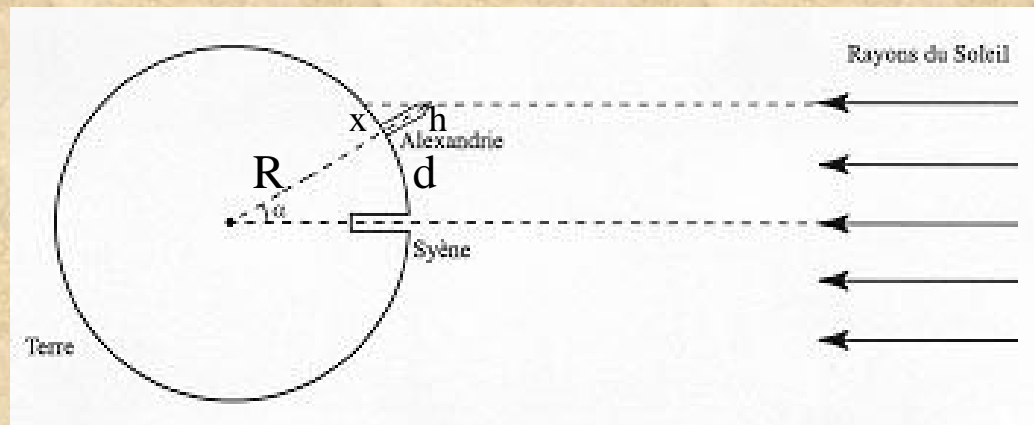


FIG. 38. — OBSERVATIONS D'ÉRATOSTHÈNE.

Remarquer qu'à midi le soleil est droit au-dessus du méridien de longitude de l'observateur. Syène et Alexandrie ont presque la même longitude. Aussi le soleil, les deux lieux, et le centre de la terre peuvent être dessinés dans le même plan de l'espace.



$$\operatorname{tg} \alpha = x / h$$

$$d = \alpha R$$

$$R = d / \alpha$$

Figure de la Terre, (Astron. Géog. Physiq. & Méch.) [...p. 750b]

autour du Soleil, comme centres.

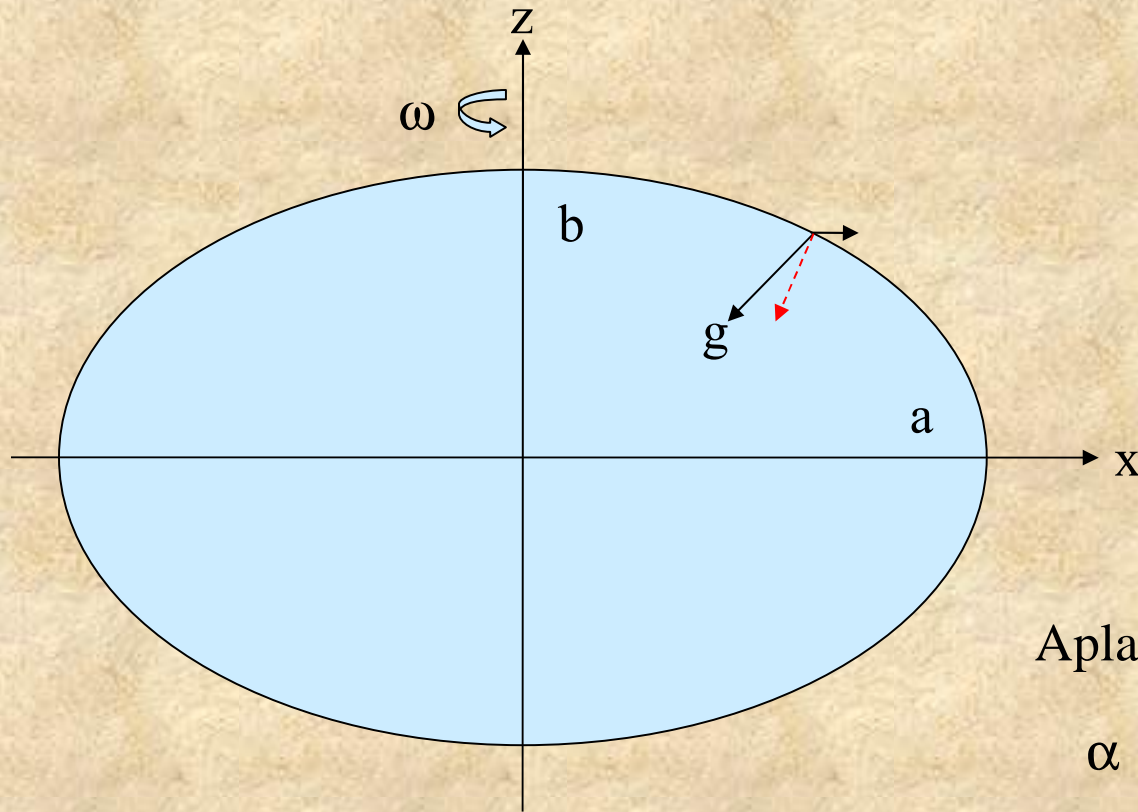
uite que quand on voyageoit dans la direction du
C C c c c

C C c c c

La Terre devient elliptique (fin 17^{ème})



I. La figure de la Terre aux 17-18^{èmes}



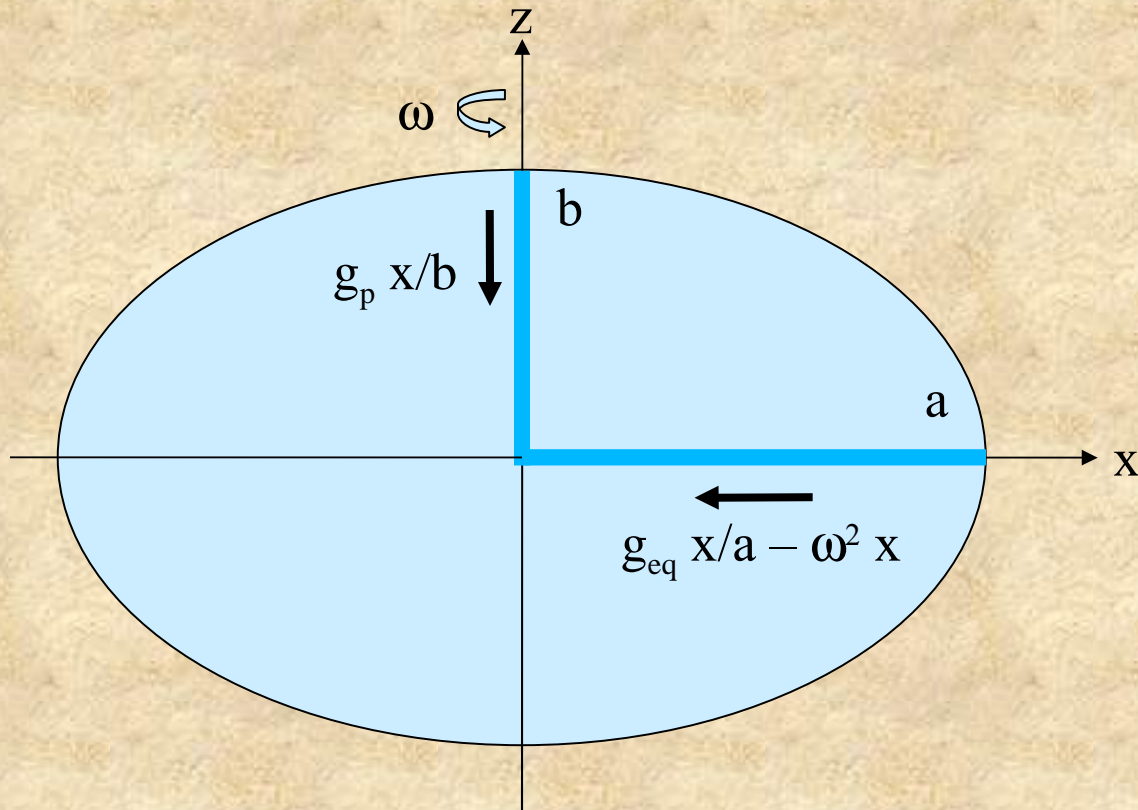
Aplatissement :

$$\alpha = \frac{a-b}{a}$$

Newton (1687)

équilibre au centre, ellipsoïde homogène, calcul approché :

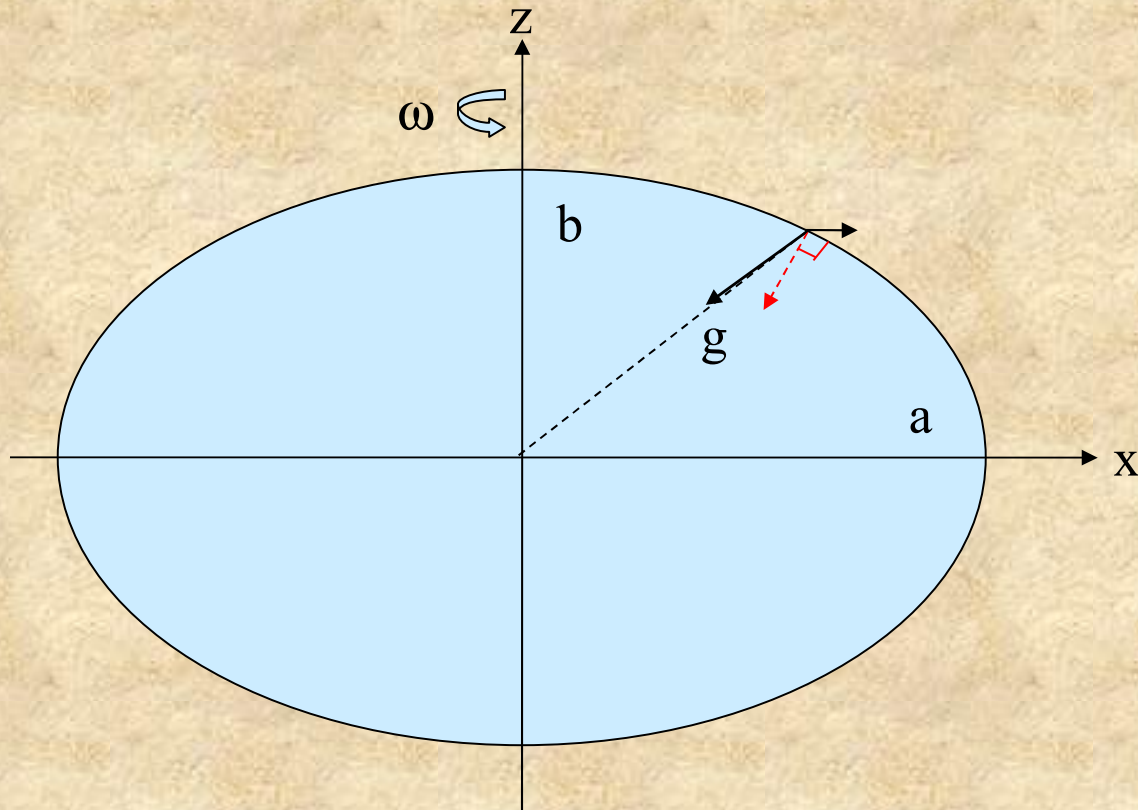
$$\alpha = \frac{5}{2} \frac{\omega^2 a}{g_{\text{eq}}} = \frac{1}{230}$$



Huygens (1690)

force normale à la surface et attraction centrale :

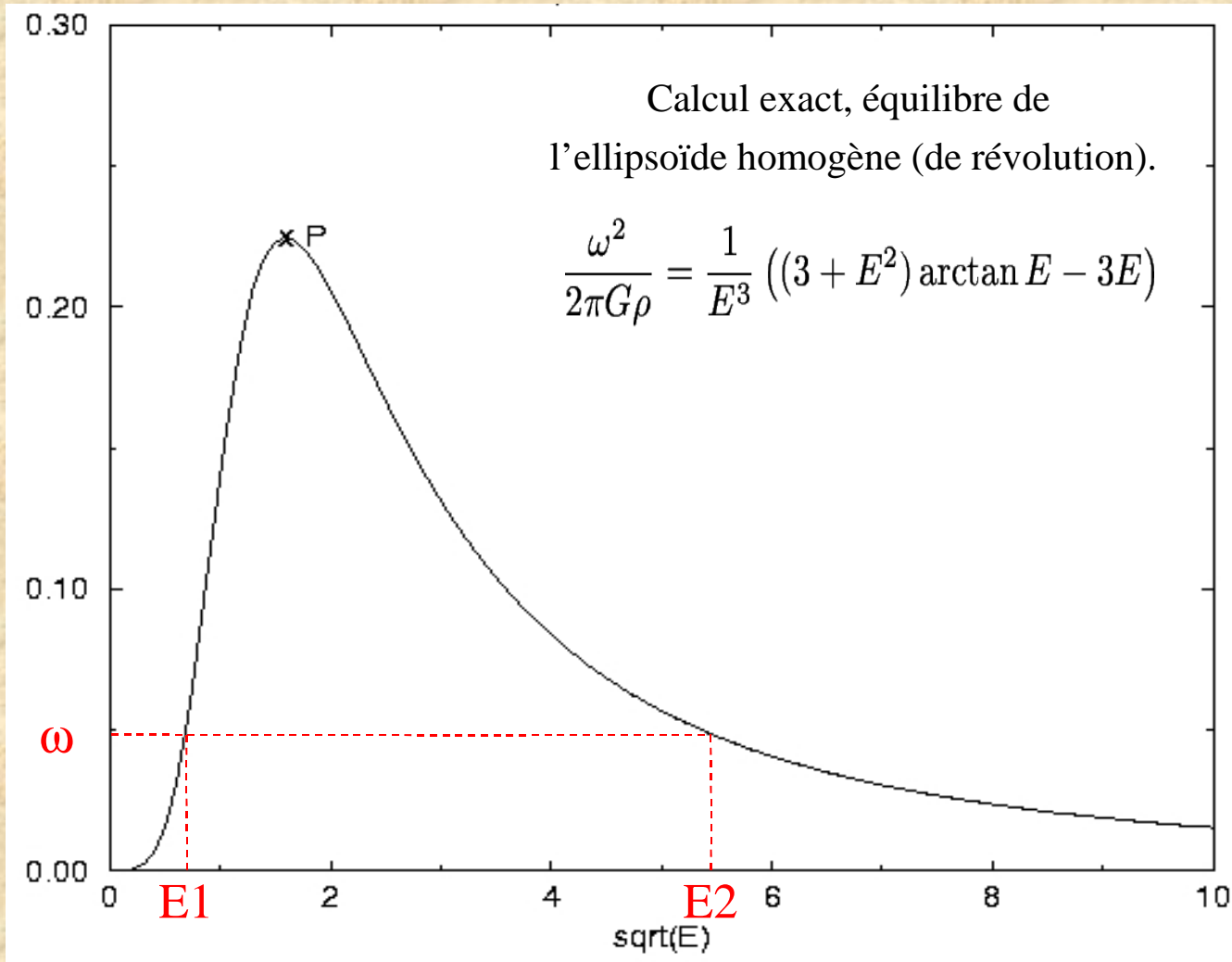
$$\alpha = \frac{1}{2} \frac{\omega^2 a}{g_{\text{eq}}} = \frac{1}{578}$$



Maclaurin (1741, 1742)

Maclaurin, 1741, *Flux et reflux de la mer.*, prix de l'A.R.S., 1740

Maclaurin, 1742, *Traité des fluxions.* trad. Pézénas 1749, ~30p.

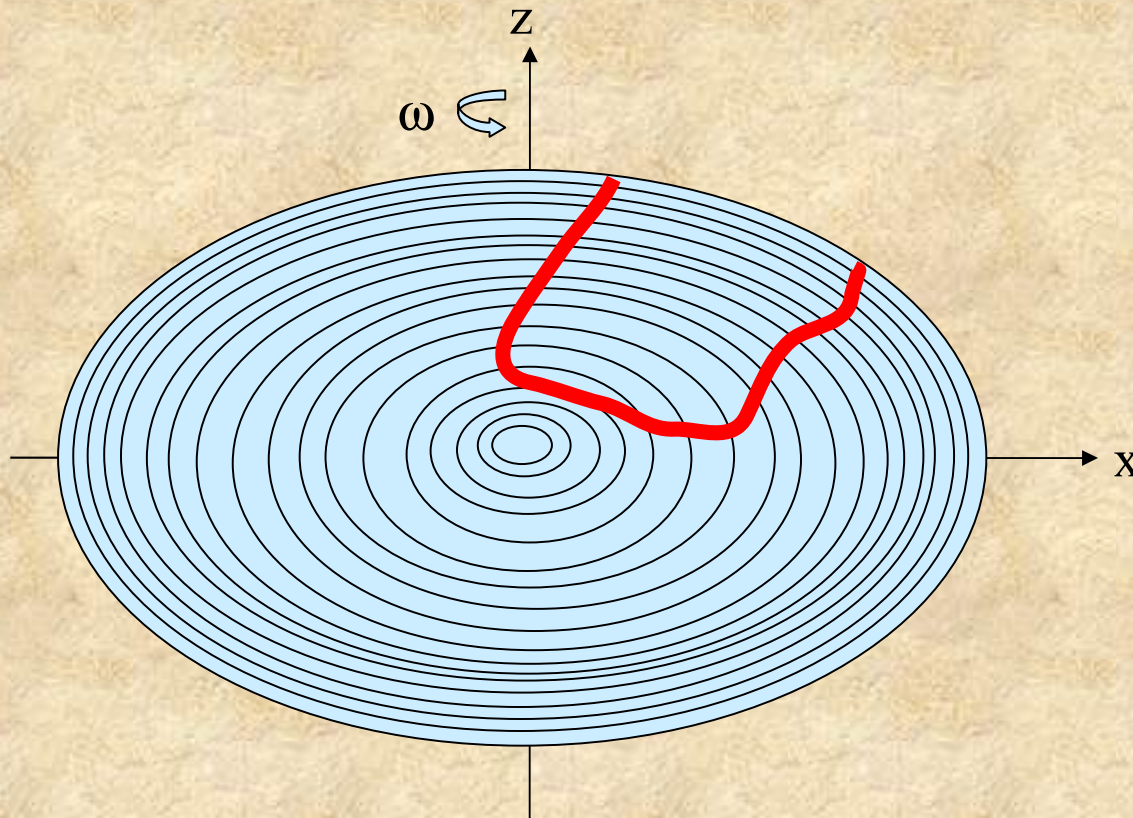


Clairaut (1737, 1743)

Clairaut, 1737, *Philosophical Transactions*.

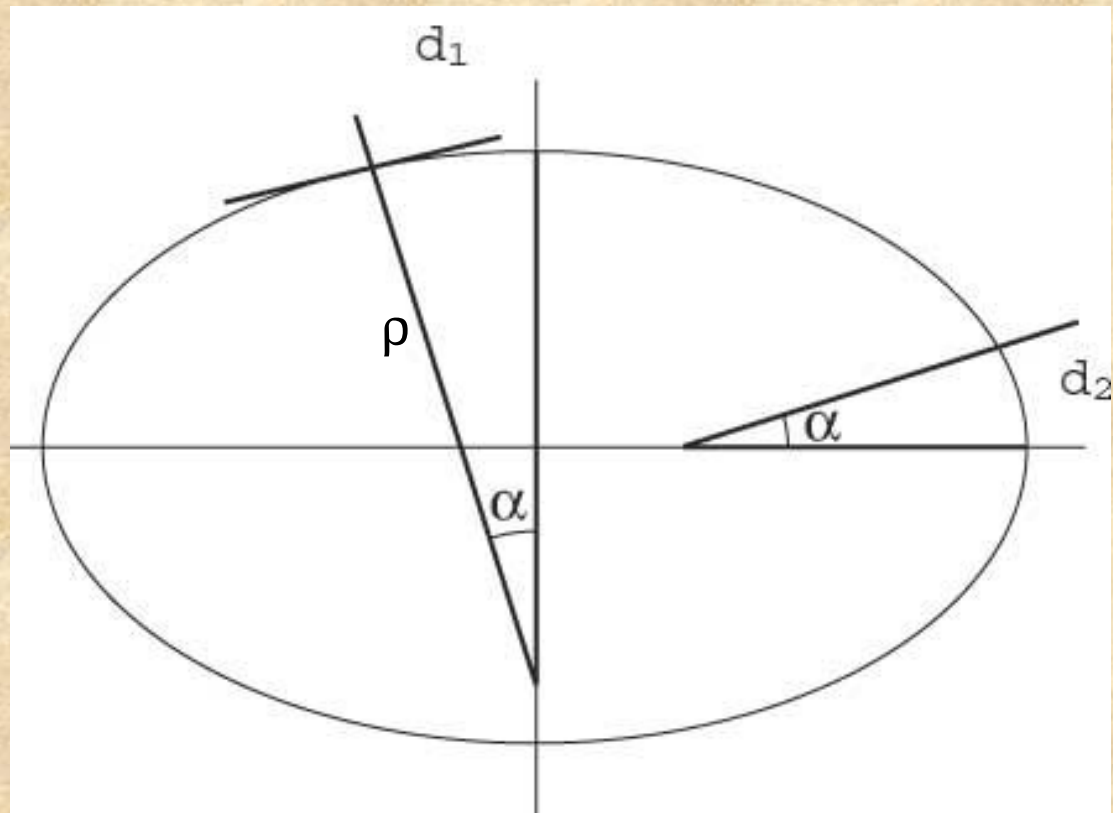
Clairaut, 1743, *Théorie de la figure de la Terre*.

Calcul approché, densité variable,
stratification ellipsoïdale $\Rightarrow \alpha < 1/230$



Mesures : Picard, Cassini, Richer,
Expéditions de l'académie française

**1. Longueur d'un
degré de méridien**
 $d = \alpha \rho$





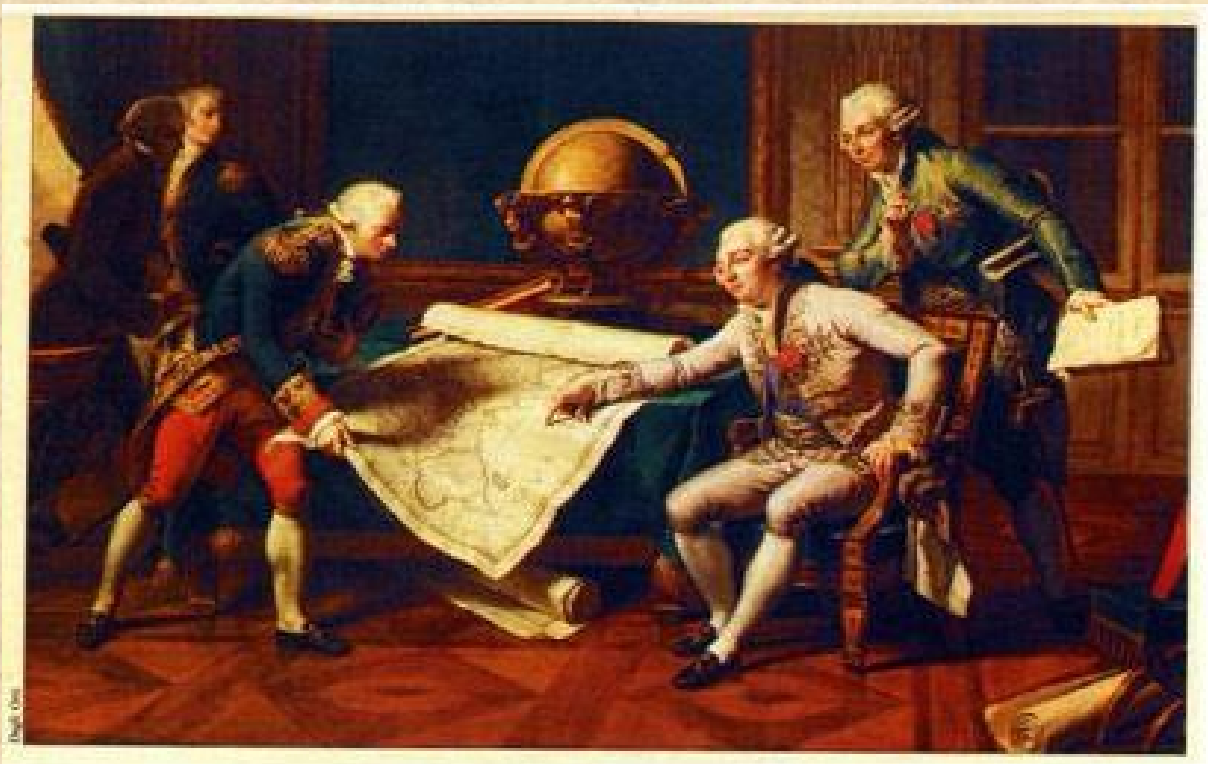


Figure de la Terre (p.751)

Tout se réduit à deux opérations; la mesure de l'amplitude de l'arc céleste, compris entre deux lieux placés sous le même méridien à différentes latitudes, & la mesure de la distance terrestre de ces deux lieux. [...]

Pour mesurer l'amplitude de l'arc céleste, on observe dans l'un des deux lieux la hauteur méridienne d'une étoile, & dans l'autre lieu, on observe la hauteur méridienne de la même étoile;

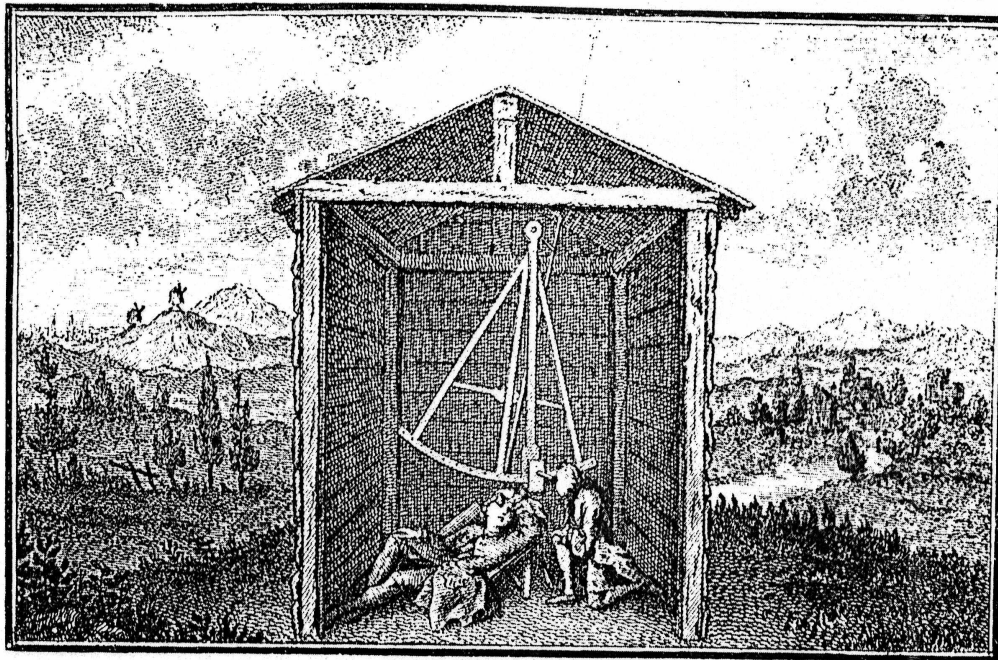
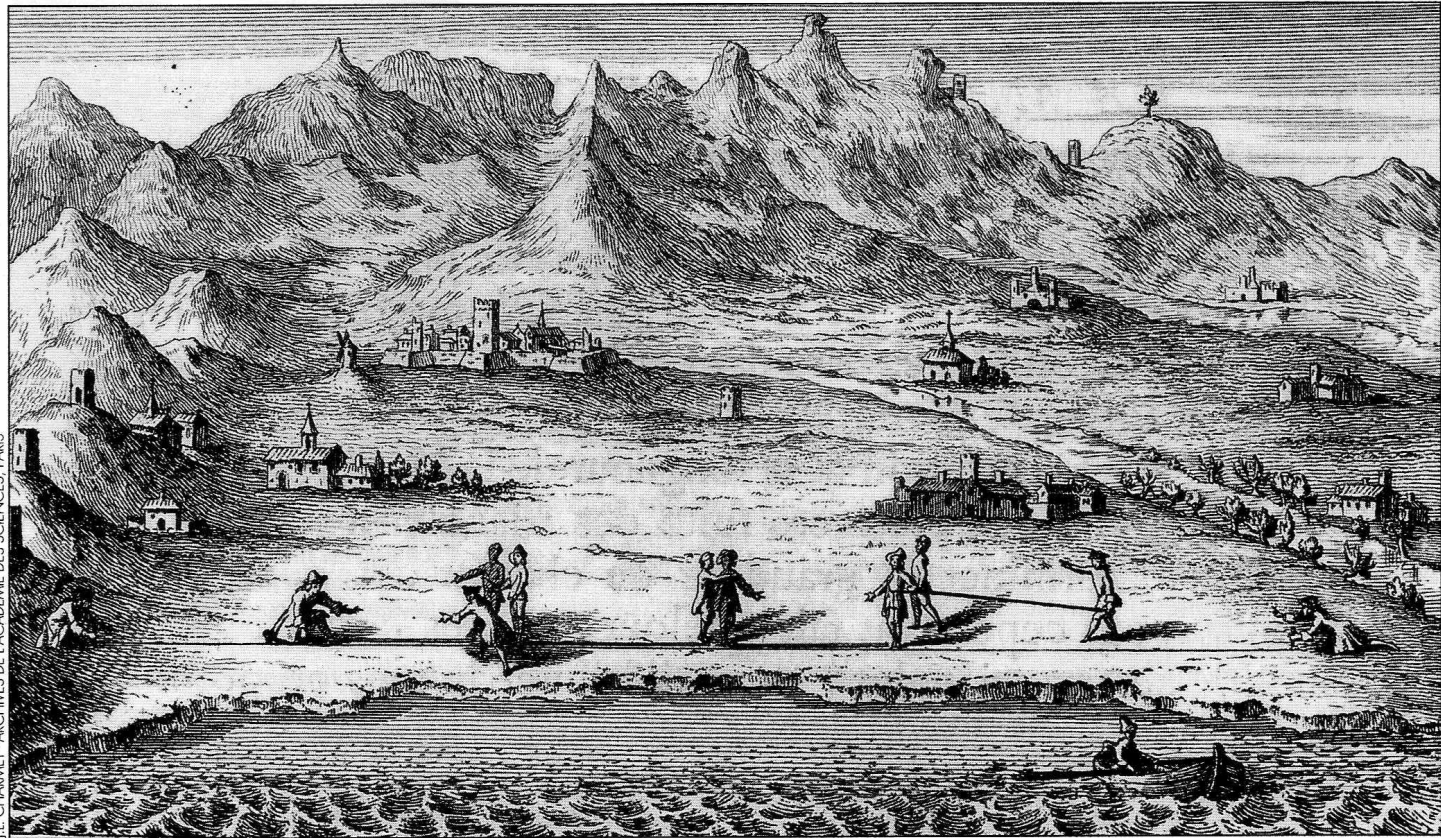
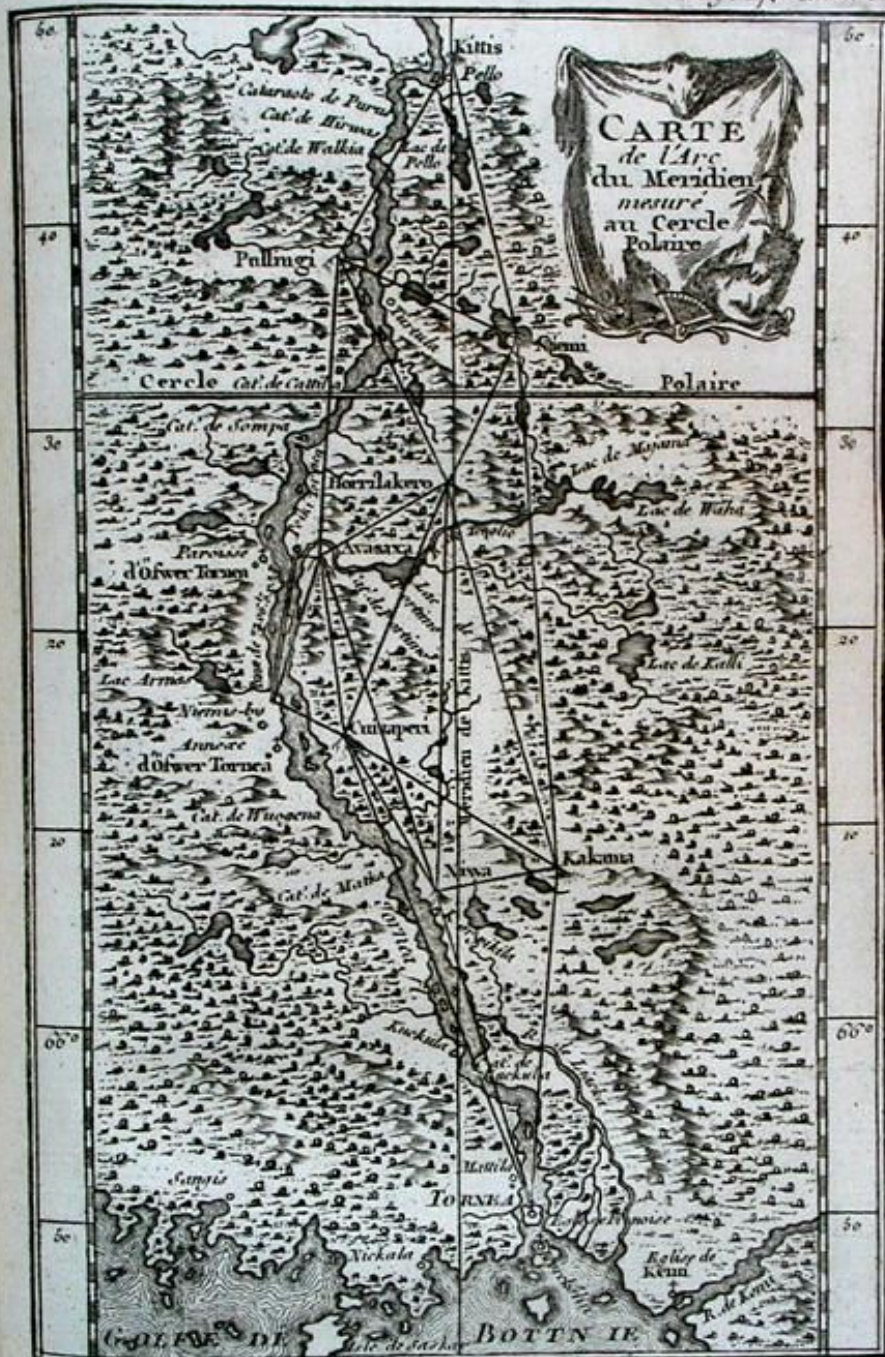


Fig. 12. — *La Caille observant au secteur.*
(Extrait de l'Histoire de l'Académie Royale des Sciences, suite 1740.)

L'expédition ramenait en outre des mesures de pesanteur à diverses altitudes, des mesures de la vitesse du son, et une observation tout à fait nouvelle

L'amplitude de l'arc céleste étant connue, il s'agit de mesurer la distance terrestre des deux lieux, ou s'ils ne sont pas placés sur le même méridien, la distance entre les parallèles. Pour cela on choisit sur des montagnes élevées différens points, qui forment avec les deux lieux dont il s'agit, une suite de triangles dont on observe les angles le plus exactement qu'il est possible. [...] Cela fait, on mesure quelque part sur le terrain une base de quelque étendue, comme de 6 à 7000 toises; [...]

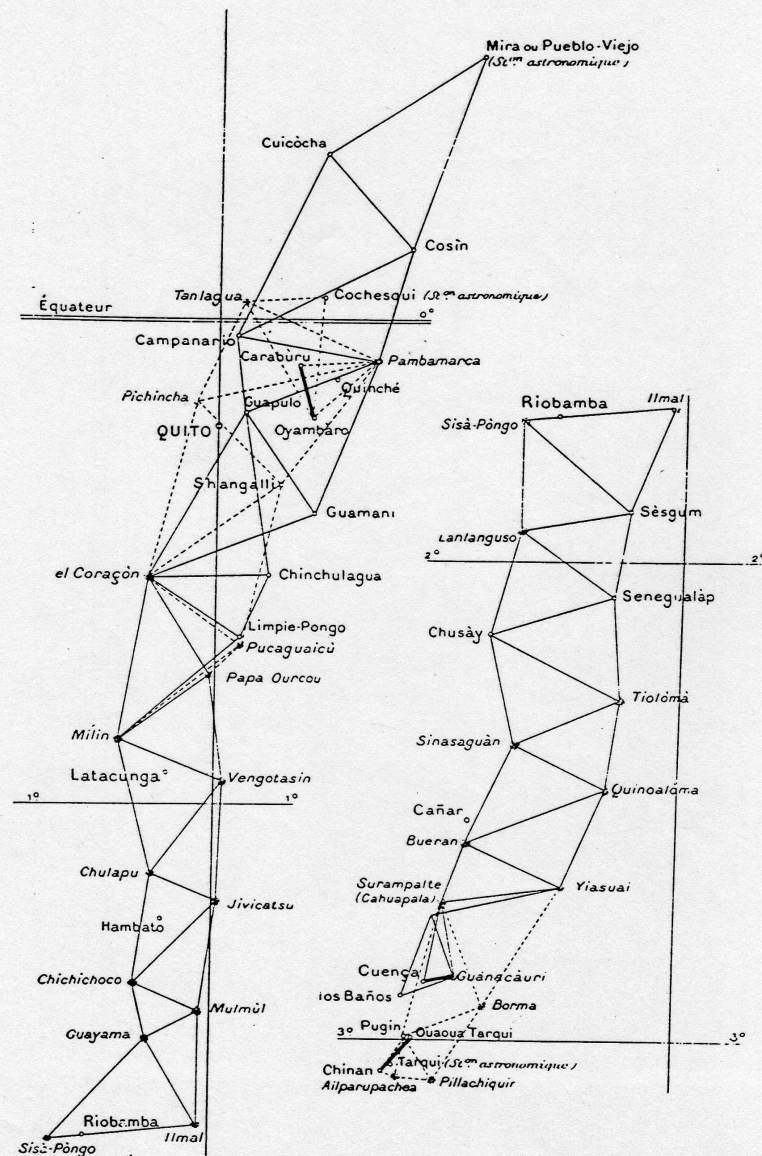




Par triangulation
(Fernel, Snellius)

Exemple :

← Maupertuis,
La Figure de la Terre
1738.
(expédition 1736)



CARTE DES TRIANGLES. Ceux de Bouguer, La Condamine.... sont ponctués; les autres sont ceux de Godin.....; de Milin à Cuenca, les triangles sont communs aux deux troupes.

Les académiciens du Pérou, à leur retour, rendirent la question encore plus difficile à résoudre

Longueurs d'un degré de méridien, milieu 18^{ème}

(d, Toises)

Picard	1670	Paris-Amiens	57 060
Cassini	1683-1718	Collioure-Dunkerque	57 061
Maupertuis, Clairaut	1736-1737	Laponie à 66°20'	57 438
...			
Bouguer, la Condamine, Godin	1735-1744	Équateur	56 753

Picard \Rightarrow circonférence terrestre (« 40 000 km »)

Cassini \Rightarrow d diminue vers le Nord, Terre allongée !

Paris+Laponie \Rightarrow Terre aplatie, $\alpha = 1/178$.

Laponie+Equateur \Rightarrow Terre aplatie, $\alpha = 1/214$.

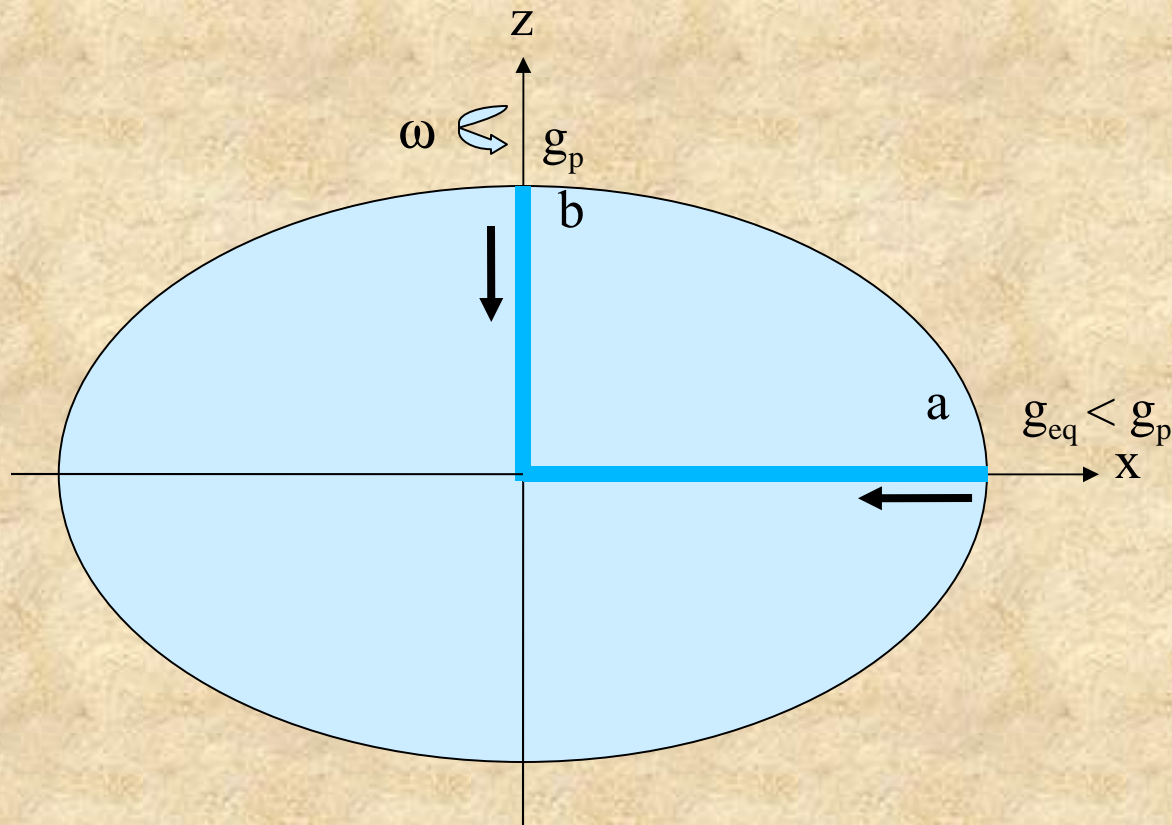
Paris+Equateur \Rightarrow Terre aplatie, $\alpha = 1/170$.

Paris+Laponie+Equateur+corrections \Rightarrow Terre aplatie, $\alpha = 1/178$.

2. Période du pendule

$$T = 2 \pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Richer, 1672, Cayenne, retard de 2 min 28 s / jour.



Autres indices de l'aplatissement :

3. Aplatissement des planètes : Jupiter 1/10

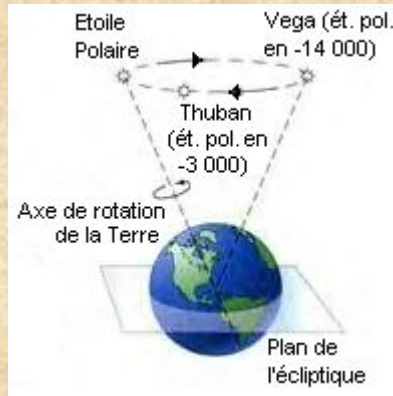
4. Précession des équinoxes

(d'Alembert 1749) :

$$\alpha \approx 1 / 207$$

$\alpha < 1 / 279$ si la densité augmente vers le centre.

Précession



D'Alembert, la précession des Équinoxes et l'intérieur de la Terre. Les débuts.

1749 : Recherches sur la précession des équinoxes et sur la nutation de l'axe de la Terre dans le système newtonien. 11 pp. **Chapitre IX, pp. 95-105** - Conséquences qui résultent de la théorie précédente, par rapport à la figure de la Terre.

1752 : Observations sur quelques mémoires imprimés dans le volume de l'Académie 1749, 2 pp. /23 (12 ff.), pp. 188 v^o, 189 r^o, manuscrit de la bibliothèque de l'Institut de France.

$$\dot{\psi} = -\frac{3}{2\Omega} \frac{GM}{d^3} \cos \varepsilon \frac{C-A}{C}$$

$$H = \frac{C-A}{C} \simeq 1/324$$

D'Alembert fait apparaître $C-A$; 2ème relation de Clairaut :

$$\epsilon = \frac{3C-A}{2Ma^2} + \frac{2}{5}\epsilon_h$$

$$\frac{C-A}{Ma^2} = \frac{C-A}{C} \frac{C}{Ma^2} = \frac{C-A}{C} \frac{\int \rho r^2 dV}{a^2 \int \rho dV} \leq \frac{C-A}{C}$$

$$\Rightarrow \epsilon \leq 1/208$$

En résumé :

- théorie de Clairaut $\alpha < 1 / 230$
- précession : $\alpha < 1 / 207$ (d'Alembert)
- obs géométrique : $\alpha = 1 / 178 > 1 / 230$ (Lap-Eq-Paris)
- obs gravimétrique : $\alpha = 1 / 571 < 1 / 230$ (Richer)

=> Observations et théories sont en désaccord !

Solutions : dissimilitude des méridiens, terre non hydrostatique ???

En fait, des mesures étaient médiocres (Laponie) :


Fin 18^{ème} **Laplace** montre que tout est en accord pour $\alpha \approx 1 / 300$.

II. Géométrie vs. analyse : le tournant du 18^{ème}

**THEORIE
DE LA
FIGURE
DE LA TERRE.**

Tirée des Principes de l'Hydrostatique.

Par M. CLAIRAUT, de l'Académie Royale des Sciences, & de la Société Royale de Londres.



A PARIS,

Chez DAVID Fils, Libraire, rue Saint-Jacques,
à la Plume d'or.

MDCCXLIII.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

**PHILOSOPHIÆ
NATURALIS
PRINCIPIA
MATHEMATICA.**

Autore J. S. NEWTON, Trin. Coll. Cantab. Soc. Matheseos
Professore Lucasiano, & Societatis Regalis Sodali.

IMPRIMATUR.
S. PEPYS, Reg. Soc. PRÆSES.
Julii 5. 1686.

LONDINI,

Jussu Societatis Regiæ ac Typis Josephi Streater. Prostat apud
plures Bibliopolas. Anno MDCLXXXVII.


**OPUSCULES
MATHÉMATIQUES.**

Bib. Maj. Acad. ou Ang. Londin.

MÉMOIRES sur différens sujets de GÉOMÉTRIE,
de MÉCANIQUE, D'OPTIQUE, D'ASTRONOMIE &c.

Par M. D'ALEMBERT, de l'Académie Françoisse, des
Académies Royales des Sciences de France, de Prusse &
d'Angleterre, de l'Académie Royale des Belles-Lettres de
Suède, & de l'Institut de Bologne.

TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez DAVID, rue & vis-à-vis la grille des Mathurins.

M. DCC. LXL.

AVEC APPROBATION ET PRIVILEGE DU ROI.

Clairaut,
La figure de la Terre ..., 1743

Fin de l'introduction de la partie II
(sur la figure de la Terre)

Quoique toute cette seconde partie ait pour objet de déterminer la figure des Planetes, lorsque leurs parties sont heterogenes, & que le cas de l'homogeneité s'en tire par une seule substitution, j'ai jugé à propos de traiter en par-

158 **F I G U R E**

ticulier de la figure des Spheroïdes homogènes, & d'abandonner ma Méthode, quant à ces Spheroïdes, pour suivre celle que M. Mac Laurin vient de donner dans son excellent Traité des Fluxions. Cette Méthode m'a paru si belle & si sçavante, que j'ai crû faire plaisir à mes Lecteurs de la mettre ici.

Je n'ai pas entièrement suivi M. Mac Laurin dans les démonstrations de ses propositions, & dans la maniere de s'en servir pour déterminer les Axes des Planetes, parce qu'en quelques endroits la Théorie que j'ai établie sur les Fluides me dispense de quelques Lemmes dont il a besoin, & que dans d'autres, j'ai crû que l'Analyse paroîtroit plus claire que la Synthèse.

PRINCIPES MATHÉMATIQUES

DE LA

PHILOSOPHIE NATURELLE,

Par feu Madame la Marquise DU CHASTELLET.

TOME PREMIER.



A PARIS,

Chez { DESAINT & SAILLANT, rue S. Jean de Beauvais,
LAMBERT, Imprimeur - Libraire, rue & à côté
de la Comédie Française, au Parnasse.

M. D. C C L I X.

AVEC APPROBATION ET PRIVILÈGE DU ROI.



Émilie du Châtelet
par Marianne Loir.



Voltaire à 41 ans,
par Maurice Quentin de la Tour.

DOUZIÈME SECTION.

Des forces attractives des corps sphériques.

PROPOSITION LXX. THÉORÈME XXX.

Un corpuscule placé dans l'intérieur d'une surface sphérique dont toutes les parties attirent en raison renversée du carré des distances, n'éprouve aucune attraction de cette superficie.

Soient $HIKL$ la surface sphérique, & P le corpuscule placé au dedans. En menant par P deux droites quelconques IPE , HPK , qui coupent dans un des cercles de cette sphere deux arcs infiniment petits HI , KL , il est clair (Corol. 3. Lem. VII.) que ces arcs seront proportionnels aux droites PH , PL , &

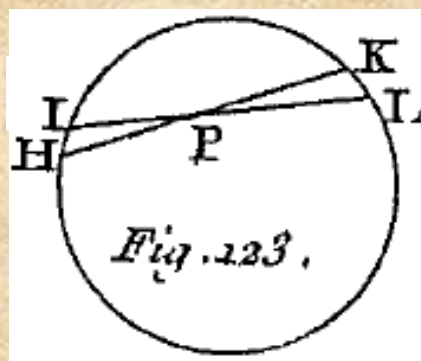
DU
MOUVEMENT
DES CORPS.

Fig. 123.

que les petites parties de la surface de la sphere, qui seroient terminées de tous les côtés par des lignes telles que HK & IL menées par P , seroient comme les quarrés des mêmes droites PH , PL . Or delà il suit que les attractions de ces petites parties de la surface sphérique sur le corpuscule P sont égales. Car ces attractions doivent être en raison directe de ces particules, & en raison inverse du carré des distances, & ces deux raisons composées ensemble en font une d'égalité.

Par le même raisonnement on verroit, que les attractions de toutes les parties de la sphere sur le même corpuscule P sont toujours égales aux attractions des parties opposées, & que par conséquent elles se détruisent réciproquement; c'est-à-dire, que ce corpuscule ne souffre aucune attraction de la surface sphérique.

C. Q. F. D.

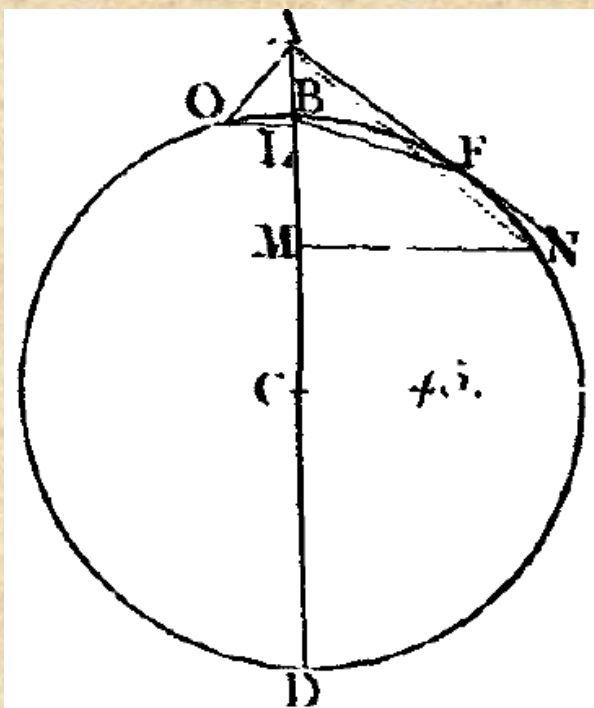
PROPOSITION LXXI. THÉORÈME XXXI.

La même loi d'attraction étant posée, un corpuscule, placé au dehors de la surface sphérique, est attiré par cette surface en raison renversée du carré de la distance de ce corpuscule au centre.

Fig. 124. & 125.

Soient $AHKB$, $ahkb$ deux superficies sphériques égales; S , s leurs centres; P , p deux corpuscules placés hors de ces spheres, chacun à une distance quelconque du centre. Soient de plus $PASB$, $pasb$ des droites tirées des corpuscules aux centres S & s ; PHK & PIL , phk & pil d'autres droites tirées par les mêmes corpuscules en telle sorte que les arcs HK & IL , hk & il soient respectivement égaux; SFD & SE , sfd & se les perpendiculaires abaissées des centres S & s sur les cordes HK & IL , hk & il ; IR & IQ , ir & iq les perpendiculaires abaissées de I sur PK & sur PB , & de i sur pk & sur pb . Enfin soit supposé que les angles DPE , dpe s'évanouissent, ce qui, à cause de l'égalité de DS & de ds , de ES & de es , permet de regarder les lignes PE & PF , pe & pf , DF & df comme égales.

*Remarques sur quelques questions concernant
l'attraction.*



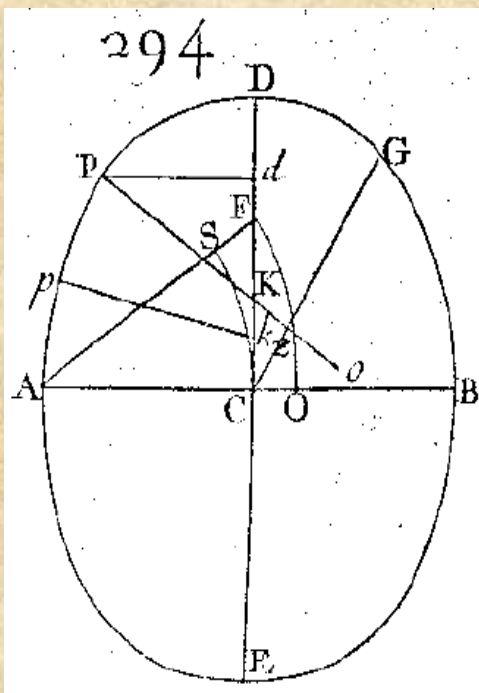
tielle est composée de deux parties, savoir $\frac{2 \pi r n d x}{(n n + 2 n x + 2 r x)^{\frac{1}{2}}}$,
 & $\frac{2 \pi r x d x}{(n n + 2 n x + 2 r x)^{\frac{1}{2}}}$. Or il est d'abord évident, que

quand $n = 0$, la première différentielle s'évanouit, & que si n n'est pas $= 0$, l'intégrale de cette première différentielle est $\frac{2\pi r n}{n+r} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{nn+2nx+rx}} \right)$, laquelle (en supposant n infiniment plus petite que r) se réduit à $\frac{2\pi r n}{r} \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{\sqrt{nn+2nx+rx}} \right) = 2\pi AB \times \left(\frac{1}{AB} - \frac{1}{AN} \right)$: & si le point N tombe en D , l'intégrale deviendra $2\pi AB \times \left(\frac{1}{AB} - \frac{1}{AD} \right)$, qui se réduit à 2π , parce que $\frac{1}{AD}$ peut être négligé par rapport à $\frac{1}{AB}$. On voit donc comment une différentielle qui est $= 0$ aussi-bien que son intégrale, lorsque $n = 0$, peut devenir finie, en supposant n si petite qu'on voudra, pourvu qu'elle ne soit pas $= 0$. J'avois déjà fait cette remarque dans l'art. *Gravitation* de l'Encyclopédie; & M. de la Grange l'a faite aussi depuis dans le premier Volume des *Mémoires de l'Académie des Sciences*.

Les ellipsoïdes « de Maclaurin »

1742, *Traité des fluxions*. trad. Pézénas 1749

Fig. 294.



655. La pesanteur au pôle A, vers un sphéroïde A D B E, étant représentée par A, & à l'équateur par D, la force centrifuge en D par V, comme ci-devant, si la densité du sphéroïde est uniforme, D est à A, comme l'aire du segment F C O est à C D. (C F — C S) par l'article 646. c'est-à-dire, (par la suite que l'on donne ordinairement pour mesurer les segments & les arcs circulaires, & dont nous donnerons la preuve dans le second Livre,) b , a & c représentant C D, C A & C F respectivement, comme $1 + \frac{3c^2}{10b^2} + \frac{9c^4}{56b^4}$, &c. à $1 + \frac{2c^2}{5b^2} + \frac{8c^4}{35b^4}$, &c. Donc B b — A a, ou (article 641.) V b est à D b, ou V : D :: $\frac{1c^2}{5b^2} + \frac{9c^4}{35b^4}$, &c. à $1 + \frac{3c^2}{10b^2} + \frac{9c^4}{56b^4}$, &c. & ainsi lorsque la raison de c à b est donnée, celle de V à D peut se déterminer au degré d'exactitude que l'on veut. Lorsque la raison de V à D est donnée, & que l'on demande celle de c à b , soit V à D, comme 1 à m , & c^2 à b^2 , comme z à 1. Alors $\frac{2z}{5} + \frac{9zz}{35}$, &c. fera à $1 + \frac{3z}{10} + \frac{9zz}{56}$, &c. comme 1 à m ; d'où il suit (par les Méthodes du retour des suites) que $z = \frac{5}{2m} - \frac{15}{7m^2}$, &c. on peut continuer cette suite à volonté. Mais lorsque le sphéroïde diffère peu de la sphere, z fera à fort peu près égal à $\frac{5}{2m + \frac{1}{7}}$, & c^2 à b^2 à fort peu près comme $5V$ à $2D + \frac{12}{7}V$. Donc, en ce cas, l'excès du demi-diamètre de l'équateur, pardessus le demi-axe, est au demi-diamètre moyen, à fort peu près comme $5V$ à $4D$, — $\frac{11V}{7}$.

A R T I C L E I I.

Sur la Figure de la Terre.

I. **F**EU M. Maclaurin est le premier qui ait démontré rigoureusement qu'une masse fluide homogène, tournant autour d'elle-même, devoit prendre la figure d'une ellipse dans l'hypothèse de l'attraction en raison inverse du quarré des distances. Mais personne, que je sache, n'avoit encore remarqué que dans ce cas le problème est susceptible de deux solutions, c'est-à-dire, qu'il y a deux figures possibles à donner au sphéroïde, & dans lesquelles l'équilibre aura lieu. Cette considération est l'objet des Recherches suivantes.

la figure elliptique; soit a le demi-axe de cette ellipse, ma le rayon de l'équateur; l'attraction au pôle, que

je nomme P , sera $= \frac{2cm^2a}{(mm-1)^{\frac{3}{2}}} \times [mm-1]^{\frac{1}{2}} -$

$AT(\sqrt{mm-1})$]; cette expression $AT(\sqrt{mm-1})$ désigne l'angle dont la tangente est $\sqrt{mm-1}$, c'est-à-dire, l'arc qui mesure cet angle, divisé par le rayon. Cette formule se trouve démontrée dans l'Ouvrage de M. Maclaurin *sur le Flux & Reflux de la Mer*, dans la *Théorie de la Figure de la Terre* de M. Clairaut, & dans d'autres Ouvrages, & il est facile d'y parvenir par différentes voies.

5. Donc en faisant $\sqrt{mm-1} = k$, on aura l'attraction au pôle $= \frac{2ca(kk+1)}{k^3} \times [k - ATk]$.

6. On aura de même l'attraction à l'équateur, que j'appelle $E = ca \left[\frac{(k^2+1)^{\frac{3}{2}}}{k^3} \times ATk - \frac{(k^2+1)^{\frac{1}{2}}}{k^2} \right]$.

Voyez les Ouvrages cités.

7. Enfin la force centrifuge à l'équateur, que j'appelle F , sera évidemment $\frac{2ca}{3} \times \omega \times \frac{ma}{a} =$
 $\frac{2c\omega a\sqrt{kk+1}}{3}$.

13. L'équation de l'art. 9 donne $\frac{2\omega k^3}{3} = (3 + k k)$
 $\times (ATk) - 3k$, ou $2\omega = \frac{(3k^3 + 9)(ATk) - 9k}{k^3}$. Or
 lorsque k est supposée très-petite on a $ATk = k -$
 $\frac{1}{3}k^3 + \frac{1}{5}k^5 - \frac{1}{7}k^7$, &c. d'où l'on tire, en substi-
 tuant & réduisant, $2\omega = \frac{4k}{5}$ &c. (tous autres ter-
 mes contenant des puissances de k plus grandes que 2);
 ce qui fait voir que ω étant supposé une quantité finie
 si petite qu'on voudra, le premier membre 2ω de l'é-
 quation précédente est $>$ que le second, si $k = 0$ ou
 même si k est fort petit.

14. Soit ensuite supposé $k = \infty$, & par conséquent
 $ATk = 90^\circ$. On aura le second membre de l'équation
 précédente $= \frac{3 \cdot 90^\circ}{k}$ & par conséquent $= 0$, & plus
 petit que le premier membre.

15. Donc le premier membre 2ω est plus grand que
 le second, soit lorsque $k = 0$, soit lorsque $k = \infty$.

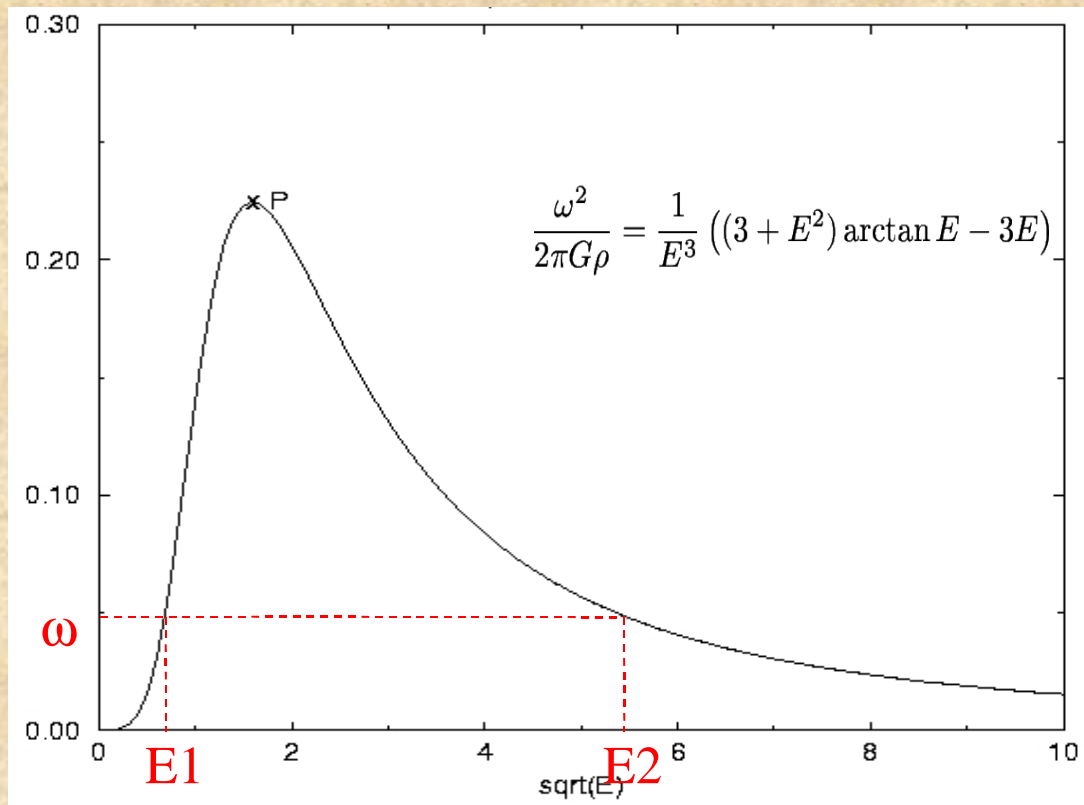
16. De-là il est aisé de conclure que si la valeur sup-
 posée de 2ω est plus petite que la plus grande valeur
 du second membre de l'équation précédente, il y aura
 au moins deux valeurs possibles de k qui résoudront le
 problème; & qu'ainsi dans ce cas le sphéroïde aura deux
 états possibles d'équilibre.

1780, Tome VIII, mémoire 58 : *Recherches sur différens sujets (...)*

- Art. IV : *Sur la figure de la Terre*, p. 292-297

+ 4 pages dans l'Appendice

Ellipsoïde de Maclaurin, 2 solutions, dem + simple



(au moins deux solutions)

Deux solutions au plus :

- Laplace, 1778, lettre à d'Alembert
- Laplace, 1784, Théorie du mouvement et de la figure elliptique des planètes, p. 122-125.
- Laplace, 1799, Traité de mécanique céleste, L. 3, Ch. 3, p. 56-57.



g la force centrifuge à la distance r de l'axe de rotation,

si l'on substitue pour A' et B' leurs valeurs, et si l'on fait $\frac{g}{\frac{1}{3}\pi\rho} = q$,
on aura

$$(2) \quad \alpha = \frac{9\lambda + 2q\lambda^3}{9 + 3\lambda^2} - \text{arc tang } \lambda;$$

en déterminant donc λ par cette équation, qui est indépendante des coordonnées a, b, c , on fera coïncider l'équation de l'équilibre avec celle de la surface de l'ellipsoïde; d'où il suit que la surface elliptique satisfait à l'équilibre, du moins lorsque le mouvement de rotation est tel que la valeur de λ^2 n'est pas imaginaire, ou lorsque, étant négative, elle n'est pas égale ou plus grande que l'unité. Le cas de λ^2 imaginaire donnerait un solide imaginaire; celui de $\lambda^2 = -1$ donnerait un parabolôïde, et celui de λ^2 négatif et plus grand que l'unité donnerait un hyperboloïde.

20. Si l'équation (2) du n° 18 était susceptible de plusieurs racines réelles, plusieurs figures d'équilibre conviendraient au même mouvement de rotation; voyons donc si cette équation a plusieurs racines réelles. Pour cela, nommons φ la fonction $\frac{9\lambda + 2q\lambda^3}{9 + 3\lambda^2} - \text{arc tang } \lambda$, dont l'égalité à zéro produit l'équation (2). Il est facile de voir qu'en faisant croître λ depuis zéro jusqu'à l'infini, l'expression de φ commence et finit par être positive; ainsi, en imaginant une courbe dont λ soit l'abscisse et dont φ soit l'ordonnée, cette courbe coupera son axe lorsque $\lambda = 0$; les ordonnées seront ensuite positives et croissantes; parvenues à leur maximum, elles diminueront; la courbe coupera une seconde fois son axe, à un point qui déterminera la valeur de λ correspondante à l'état d'équilibre de la masse fluide; les ordonnées seront ensuite négatives, et, puisqu'elles sont positives lorsque $\lambda = \infty$, il est nécessaire que la courbe coupe une troisième fois son axe, ce qui détermine une seconde valeur de λ qui satisfait à l'équilibre. On voit ainsi que, pour une même valeur de q , ou pour un mouvement de rotation donné, il y a plusieurs figures avec lesquelles l'équilibre peut subsister.

Pour déterminer le nombre de ces figures, nous observerons que l'on a

$$d\varphi = \frac{6\lambda^2 d\lambda [q\lambda^3 + 10q - 6\lambda^2 + 9q]}{(3\lambda^2 + 9)^2 (1 + \lambda^2)}.$$

La supposition de $d\varphi = 0$ donne

$$0 = q\lambda^3 + (10q - 6)\lambda^2 + 9q,$$

d'où l'on tire, en ne considérant que les valeurs positives de λ ,

$$\lambda = \sqrt{\frac{3}{q} - 5} \pm \sqrt{\left(\frac{3}{q} - 5\right)^2 - 9}.$$

Ces valeurs de λ déterminent les maxima et les minima de l'ordonnée φ ; il n'y a donc que deux ordonnées semblables du côté des abscisses positives, ce qui exige que de ce côté la courbe ne coupe son axe qu'en trois points, en y comprenant l'origine; ainsi le nombre des figures qui satisfont à l'équilibre se réduit à deux.

III. La figure de la Terre et d'Alembert

Les opuscules, le MS 1787

D'Alembert, la figure de la Terre et l'attraction

1747 : Réflexions sur la cause générale des vents < 28+194 pp.

1749 : Recherches sur la précession des équinoxes et sur la nutation de l'axe de la Terre dans le système newtonien. 21 pp. Chapitre IX, pp. 95-105 - Conséquences qui résultent de la théorie précédente, par rapport à la figure de la Terre.

1752 : Observations sur quelques mémoires imprimés dans le volume de l'Académie 1749, 12 ff., ff. 183-194, manuscrit de la bibliothèque de l'Institut de France ; sur la précession.

1752 : Éssai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides, 20 pp., Appendice pp. 190-212. « Les principes du niveau des couches et de celui de l'égalité du poids des colonnes donnent la même équation. »

Recherches sur différens points importants du Système du Monde, 150 pp.

1754 : tome II, Livre III. Nouvelles recherches sur la précession des équinoxes & sur la figure de la Terre & de la Lune. En particulier le chapitre II - « De la figure de la Terre », pp. 270-290, mesure de la figure, attraction d'un sphéroïde quelconque de révolution. Aussi chap. I, pp. 201-208, revient sur RPE-IX. Figure de la Lune : pp. 261-264.

1756 : tome III,

- Livre IV. Nouvelles observations sur les Tables de la Lune [à voir].

- Livre V. Nouvelles remarques sur l'orbite de la Terre [à voir].

- Livre VI. Nouvelles recherches astronomiques & physiques sur la figure de la Terre, p. 107-260 (+ planches, errata, morceaux de la préface).

Opuscules mathématiques, ~500 pp. :

1761 : tome I , mém. 8 : Remarques sur quelques questions concernant l'attraction, p. 246-264.

1768 : tome IV, mém. 23-IV : Sur la chaleur communiquée par un globe ardent, p. 68-73

1768 : tome V, mém. 30 : Sur l'équilibre des fluides, p. 1-40. Reprend livre VI de RSM.

1773 : tome VI,

- mém. 45 : Recherche sur quelques points d'Astronomie Physique (...)

- Article II : Sur la figure de la Terre, p. 47-67

- Art. III : Eclaircissemens sur deux endroits de mes Ouvrages, qui ont rapport à la figure de la Terre, p. 68-76 + 77-84

- Art. IV : Sur l'effet de la pesanteur au sommet & au pied des Montagnes, p. 85-98

- mém. 46, 47, 48 : Suite des Recherches sur la figure de la Terre, p. 99-160, 161-210, 211-259

- mém. 50 : Sur quelques points d'Astronomie Physique (...)

- Art. V : Sur les atmospheres des corps célestes, p. 339-359

- mém. 51 : Recherches sur différens sujets (...)

- Art. VII : Sur la loi de l'attraction, p. 404-408. Dans ce tome VI,

il faut y ajouter différents passages de l'Appendice à partir de la p. 408 (il y aurait environ 9 pages liées à ces mémoires)

1773 : tome VII, mém. 53 : Sur l'attraction des sphéroïdes elliptiques, p. 102-207 Remarques sur le mémoire précédent, p. 208-233

+ qq pages de l'Appendice

1780 : tome VIII,

- mém. 56, par. 1, Nouvelles réflexions sur l'équilibre des fluides, p. 1-35.

- mém. 58 : Recherches sur différens sujets (...)

- Art. IV : Sur la figure de la Terre, p. 292-297 + 4 pages dans l'Appendice

- Art. X : Eclaircissement sur un endroit du Tome I de mes Opuscules, pag. 244 [sur Clairaut], p. 323-324 .

1781-83 : tome IX (inédit), mém 59 :

- III : attraction de la sphère, 30 p. manuscrites

- XV : figure de la Terre, 40 p. manuscrites

- XIX : astronomie physique, 6 p. manuscrites.

1751-65 : articles de l'Encyclopédie, Figure de la Terre, gravitation etc.

Et aussi :

- passages périphériques aux Opuscules (avertissements de l'auteur, rapports de l'Académie, etc.)

- Correspondance (surtout avec Lagrange)

- Quelques textes divers (Elémens de philosophie, etc.).

ms 1787

Manuscrits de D'alembert, brouillons <en désordre> incomplets d'opuscules mathématiques & de calculs ; pièces diverses

182feuillets dont :

f. 176r

*Il me semble encore que pour trouver
dans votre theorie l'attraction d'un
spheroïde en un point de l'equateur
[...]*

15 Decembre 1775 Je suis bien aise que vous
l'autre lettre est du 6 octobre
Du 6 octobre
avez trouvé par votre
theorie, comme vous me le
mandez, une demonstration
analytique du Theoreme
de Maclaurin, dont je vous
envoyai il y a quelque temps
la demonstration synthetique.
C'est aussi par une voie analy-
tique, dont le detail auroit
été trop long pour une lettre,
que j'avois trouvé cette demon-
stration. Je me contenterai
ici de vous dire en peu de mots
que si en suivant les deno-
minations de la p. 181 du
Tome VI de mes opuscules,

ms 1787 (BI), f. 182

[1p. auto de D'Al.]

[Dans la marge, d'une encre plus foncée] :

15 Decembre 1775

l'autre lettre est du 6 octobre

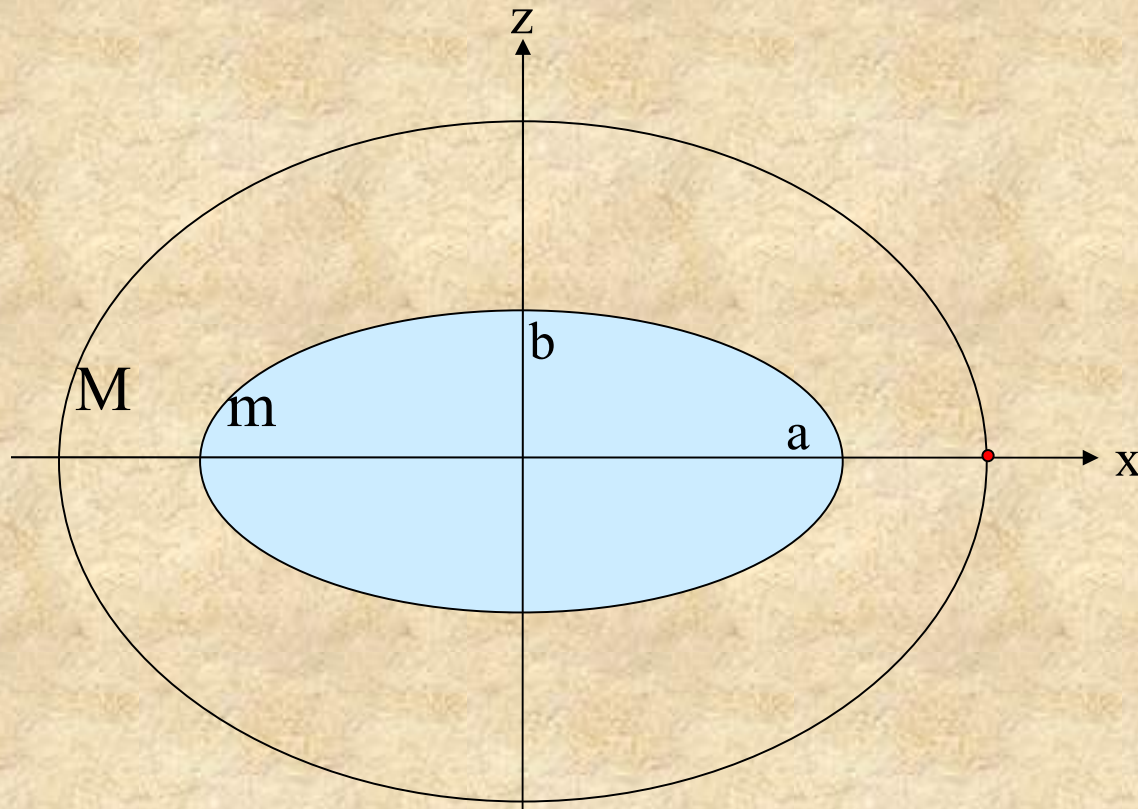
Je suis bien aise que vous ayez trouvé par
votre theorie, comme vous me le mandez,
une démonstration analytique du Theoreme
de Maclaurin, dont je vous envoyai il y a
quelque temps la demonstration synthétique.
C'est aussi par une voie analytique, dont le
detail auroit été trop long pour une lettre,
que j'avois trouvé cette demonstration. Je
me contenterai de vous dire ici en peu de
mots que si en suivant les denominations de
la p. 181 du Tome VI de mes opuscules

=> Théorème de Maclaurin
Lettre du 15 décembre 1775 ?

Théorème de Maclaurin :

L'attraction d'un ellipsoïde sur le plan de l'équateur et sur l'axe des pôles est dans le rapport des masses de l'attraction d'un ellipsoïde passant par le point attiré.

[On en déduit l'attraction exacte d'un ellipsoïde homogène sur le plan de l'équateur et sur l'axe des pôles.]



Mon cher et illustre ami, je vous suis obligé de la lecture que vous avez faite à l'Académie de ma petite rapsodie, et je vous en envoie une autre ci-jointe, que je vous prie d'insérer à la suite, avec sa date, ou à la fin du Volume, s'il est actuellement trop tard pour mettre les deux ensemble.

Le Roi m'a mandé en effet que la place de M. Heinius était donnée avant la réception de ma Lettre, et je profiterai de cette réponse pour lui recommander M. Beguelin pour quelque autre occasion. A l'égard du successeur de M. Margraff, il ne m'a rien répondu à ce sujet, et je lui en reparlerai encore, sans néanmoins marquer sur cela un empressement qu'il aurait tort de suspecter, rien n'étant plus pur que mon zèle pour les intérêts de l'Académie.

Je lirai avec le plus grand plaisir le Mémoire que vous m'annoncez sur les intégrales particulières, quoique, à vous dire le vrai, il ne me reste plus assez de tête pour lire ce que font les autres ; mon propre travail me coûte moins, quoiqu'il me coûte encore beaucoup et que je sois obligé d'y observer un grand régime ; mais vos Ouvrages méritent à tous égards que je fasse pour eux une exception.

Je ne me ressouviens pas plus que vous de ce que je vous ai mandé sur les courbes élastiques et des objections que j'avais faites contre votre théorie. J'ai dans mes papiers quelques barbouillages là-dessus ; je vous prie seulement de mettre à part la Lettre dont le contenu est une espèce d'extrait de ces barbouillages, sur lesquels je reviendrai peut-être dans quelque temps pour voir si j'y retrouverai le sens commun, et, dans cette supposition (très-douteuse au moins), je vous demanderai un mot de réponse aux objections de ma Lettre. Jusqu'à ce moment je serais fâché que vous sacrifiassiez à ces misères des moments que vous pouvez mieux employer.

Je m'occupe, dans le peu de moments où je puis travailler, de ramasser des matériaux pour un septième Volume d'Opuscules ; mais je ne sais encore quand il sera en état de paraître, ni même s'il le sera jamais. Il contiendra de nouvelles recherches sur le mouvement des fluides et sur quelques autres objets, et je voudrais bien que dans cette production, qui sera vraisemblablement mon dernier et faible effort en Mathématique, vous pussiez trouver encore quelque chose qui vous parût digne d'attention ; mais, à vous dire le vrai, j'en doute beaucoup.

La pièce sur les comètes est entre les mains des autres commissaires et ne m'est point encore parvenue. Je compte sur votre parole, si nous remettons le prix ; mais, comme j'ignore ce que nous ferons, je vous exhorte à ne point songer à cette matière jusqu'à ce que je vous aie écrit la décision. Ce ne sera que vers la fin de mars.

Le marquis Caraccioli m'a fait part d'une de vos Lettres ; il doit vous avoir mandé les vraies raisons qui ont engagé M. le contrôleur général à donner à M. Euler la somme en question. Cette raison est que, voulant faire imprimer en France l'Ouvrage de M. Euler sur la construction des vaisseaux, il n'a pas cru qu'il fût honnête de s'emparer ainsi de son travail sans lui offrir un dédommagement convenable. Ce n'est pas la morale des libraires, mais ce doit être celle de tous les hommes justes.

Adieu, mon cher et illustre ami ; mes très-humbles respects, je vous prie, à votre illustre Académie, et mes compliments à MM. Lambert, Beguelin, Thiébault, Borelly, Formey, et à tous ceux qui veulent bien se souvenir de moi. J'écris par ce même courrier à M. Bitaubé ; ainsi je ne vous prie de rien pour lui. Conservez-moi votre amitié, et conservez votre santé, si précieuse aux sciences. Je vous embrasse tendrement, et pour cette année, et pour celle qui va la suivre.

(En note : Répondu le 25 mars 1776 .)

Correspondance avec Lagrange

- d'Alembert à Lagrange du 15 septembre 1775

Je joins même à cette Lettre un petit mot que je vous prie de faire insérer à cette occasion dans vos Mémoires de 1773.

- d'Alembert à Lagrange du 3 octobre

- Lagrange à d'Alembert du 14 octobre

J'ai lu à l'Académie votre petit Mémoire et je le ferai insérer dans le Volume qu'on va mettre sous presse. J'ai été curieux de chercher aussi de mon côté si on pourrait démontrer le théorème de Maclaurin par mes formules, et j'y suis parvenu plus heureusement que je ne l'espérais ; cela a donné lieu à une petite addition que je me propose de lire à l'Académie au premier jour et de publier dans le même Volume.

- d'Alembert à Lagrange du 15 décembre

Je vous suis obligé de la lecture que vous avez faite à l'Académie de ma petite rapsodie, et je vous en envoie une autre ci-jointe, que je vous prie d'insérer à la suite

- Lagrange à d'Alembert du 25 mars 1776

Vos deux extraits de Lettres sont imprimés ; mais j'ai été obligé de renvoyer à un autre Volume ma démonstration du théorème de Mac-Laurin.

=> manuscrit de d'Alembert du 15 décembre ?

=> Berlin, Histoire de l'Académie Royale des Sciences et des Belles-Lettres de Berlin, [à partir de 1770 : Nouveaux Mémoires de l'Académie Royale des Sciences et Belles-Lettres], 1775

EXTRAIT D'UNE SECONDE LETTRE

DE MR. D'ALEMBERT A MR. DE LA GRANGE,

du 15 Décembre 1775.

Je suis bien aise que vous ayez trouvé par votre théorie, comme vous me faites l'honneur de me le mander, une démonstration analytique du théorème de Maclaurin (*), dont je vous envoyai il y a deux mois la démonstration synthétique. C'est aussi par une voie analytique, dont le détail auroit été trop long dans une lettre, que j'avois trouvé la démonstration de ce théorème. Je me contenterai de vous dire ici en peu de mots, que si, en suivant les dénominations de la page 233 & suiv. du VI^e Vol. de mes Opuscules, on suppose que $\frac{cc - b'b'}{\delta\delta}$ ou $\frac{g^2}{a^2}$ soit le même dans les deux sphéroïdes, & qu'on fasse $\frac{cc - b'b'}{\delta\delta} = uu$, & $\frac{b^2 - a^2}{a^2} = \xi^2$, je trouve que les attractions des deux sphéroïdes seront entr'elles en raison donnée & connue, si la quantité

$\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{c^2 + c^2 + c^2 - b^2}{\xi^2 \delta^2 + \delta^2} - uu\right)}}$ est la même dans les deux sphéroïdes, c'est à dire

si $\frac{bb - cc}{\delta\delta}$ est constant dans ces deux sphéroïdes, ainsi que $\frac{c^2 - b^2 + g^2 c^2}{\xi^2 + 1}$.

Or il est facile de tirer de cette double condition, l'équation $A^2 = B^2 - b^2 + a^2$, ou $A^2 - B^2 = a^2 - b^2$.

(*) Cette démonstration a été lue à l'Académie le 9 Novembre 1775, & paroîtra parmi les Mémoires de cette année.

ms 1787 (BI), f. 182

[1p. auto de D'Al.]

[Dans la marge, d'une encre plus foncée] :

15 Decembre 1775

l'autre lettre est du 6 octobre

Je suis bien aise que vous ayez trouvé par votre theorie, comme vous me le mandes, une démonstration analytique du Theorème de Maclaurin, dont je vous envoyai il y a quelque temps la demonstration synthétique. C'est aussi par une voie analytique, dont le detail auroit eté trop long pour une lettre, que j'avois trouvé cette demonstration. Je me contenterai de vous dire ici en peu de mots que si en suivant les denominations de la p. 181 du Tome VI de mes opuscules

Il me semble encore, que pour trouver dans votre théorie l'attraction d'un sphéroïde de révolution en un point quelconque de l'équateur, dont je suppose le plan parallèle à celui des x & des y (ce qui donne, non plus $m = n$, mais $m = 1$, & $n =$ à tout ce qu'on voudra) il est nécessaire de changer les dénominations de z , x & y , & qu'il faut supposer $y = r \sin p$, $x = r \cos p \sin q$, & $z = c - r \cos p \cos q$, c étant l'axe parallèle aux z , $b = c$ l'axe parallèle aux x , & a l'axe parallèle aux y , suivant les dénominations que j'ai données à ces axes dans le VI^e Vol. de mes Opuscules. Par cette transformation l'attraction du sphéroïde à l'équateur, se trouvera aussi facilement que l'attraction au pôle; & vous pouvez remarquer que cette transformation est analogue à la solution de Mr. Maclaurin, qui consiste à chercher l'attraction des coupes elliptiques & semblables, perpendiculaires au plan de l'équateur, & ayant toutes une même commune section.

f 176r :

*Il me semble encore
que pour trouver
dans votre theorie
l'attraction d'un
spheroïde en un
point de l'equateur
[...]*

Le mémoire de d'Alembert se trouve
dans HAB 1774 (impr. 1776)

Le mémoire de Lagrange se trouve dans
HAB 1775 (impr. 1777)

De fausses lettres insérées dans des vraies

d'inconnue que v et point de terme où soit V ; donc, faisant $\frac{dv}{dz} = q$, j'aurai une équation du degré $m - 1$ où j'aurai $m - 2$ valeurs de q dans le cas de $X = 0$, puisque v ou $\frac{v}{z}$ a $m - 2$ valeurs connues (hyp.) et par conséquent $\frac{dv}{dz}$ ou q ; donc, en continuant ainsi, j'arriverai à une équation de cette forme

$$dr + Zrdz + zdz = 0,$$

qui est évidemment intégrable.

Je voudrais fort pouvoir faire ce que vous désirez par rapport à la Préface des Œuvres de Leibnitz; mais, sur l'invention et la nature du Calcul différentiel, je ne pourrais guère que répéter ce que j'ai dit au mot *Différentiel* de l'*Encyclopédie*. Vous m'avez dit, ce me semble, avoir sur cela des vues dont vous aurez occasion de faire part au public dans cette Préface. D'ailleurs, le régime que je suis obligé d'observer ne me permet pas ce surcroît d'occupations, d'autant que j'ai plusieurs choses de différent genre sur le métier, auxquelles je donne tous les moments dont je puis disposer. Vous recevrez, à ce que j'espère, bientôt l'*Histoire de la destruction des Jésuites* ⁽¹⁾, que j'ai fait imprimer à Genève, non pas celle que je vous ai lue, mais le même fond avec beaucoup d'adoucissements. J'ai tâché d'y mettre en finesse ce que j'avais mis en force dans l'autre, et je crois que le diable et la Société, et tous les fanatiques, jansénistes, molinistes, augustinistes, congruistes et autres fous en istes, n'y perdront rien.

À l'égard de ce que vous me proposez, mon cher et illustre ami, d'insérer un Ouvrage de ma façon dans vos Mémoires, c'est un honneur auquel je suis très-sensible et auquel je désire fort de pouvoir répondre. Mais comme je veux éviter les tracasseries avec l'Académie, où je ne donne point de Mémoires par les raisons que je vous ai dites, et même avec l'Académie de Berlin, où depuis longtemps je n'en envoie pas

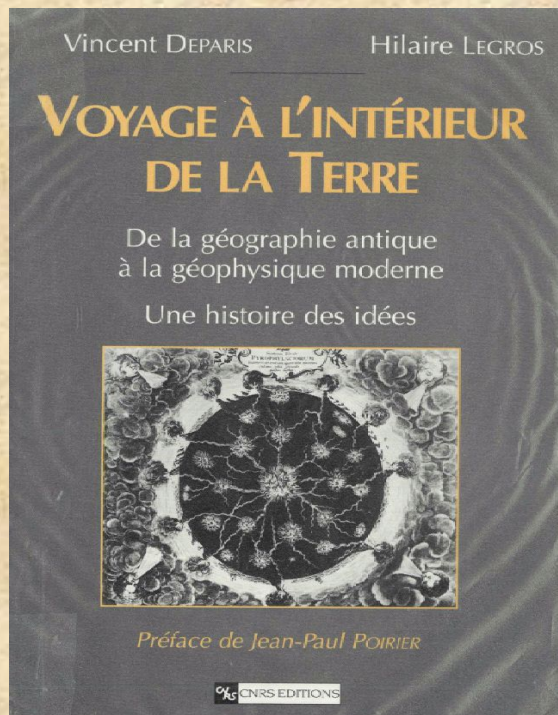
(1) Le Livre est intitulé : *Sur la destruction des Jésuites en France*, par un auteur désintéressé. Sans lieu d'impression, MDCCCLV; in-12.

non plus, voici ce que je pourrais faire : ce serait de vous écrire une grande Lettre où je traiterais fort sommairement différentes matières et où (ce qui est plus important et plus cher pour moi) j'aurais occasion de vous rendre, sans avoir aucun air de flatterie, la justice que vous méritez. Vous pourriez donner à cet écrit le titre d'*Extrait de différentes Lettres de M. d'Alembert à M. de la Grange* ⁽¹⁾; ce serait comme une espèce d'analyse des principales choses que je dois traiter dans le quatrième Volume de mes *Opuscules*. Voyez si cela vous convient, et, en ce cas, dites-moi dans quel temps il faudra que cela soit prêt. Vous pouvez compter sur ma parole, pourvu que j'aie du temps devant moi, car je ne veux ni ne puis me presser; ma santé ne me permettant pas un long travail de suite sur la même matière.

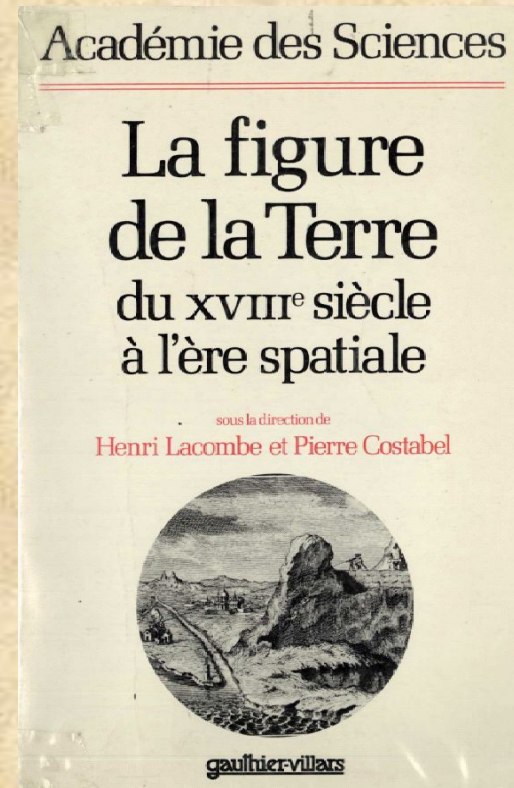
J'oublie de vous dire que j'ai trouvé dans mes paperasses une vieille Lettre de Leibnitz à Varignon, bien authentique et signée de sa main. Elle ne vaut pas grand'chose, mais je vous l'envoie pour en faire l'usage que vous jugerez convenable ⁽²⁾. Encore une fois je voudrais fort vous faire le plaisir que vous me demandez au sujet de la Préface; mais cette besogne me rit peu, surtout dans un moment où j'ai beaucoup de choses commencées et peu de temps pour les finir. Adieu, mon très-cher et très-digne ami; vous avez bien raison de dire qu'un voyage (et surtout en Italie) serait peut-être le plus sûr et le plus prompt moyen de me rétablir; mais il faudrait pour cela être assez à mon aise pour faire le voyage tout seul, car je ne veux point de compagnon. M. Watelet seul me convenait, et je n'en retrouverais pas aisément un autre. Or, il s'en faut beaucoup que je sois en état de voyager sans me gêner. C'est tout ce que je puis faire, avec les charges que j'ai, d'attraper le bout de l'année en vivant avec beaucoup d'économie; je ne m'en plains pas, car vous êtes encore plus maltraité dans votre pays que je ne le suis dans le mien. Il faut s'en consoler.

(1) C'est en effet le titre qui fut adopté par Lagrange.

(2) Cette Lettre sur les *Inclinations centrales* est insérée dans le Tome III de l'édition de Leibnitz, de Dutens, page 404, avec la mention suivante : *Communiquée à l'éditeur par M. d'Alembert*.



2000



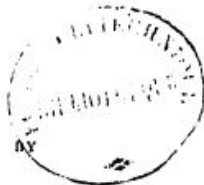
1988



→ 2006 : I/7
Précession des équinoxes
Michelle Chapront-Touzé, Jean Souchay

13¹/11

A HISTORY
OF THE
MATHEMATICAL THEORIES OF ATTRACTION
AND
THE FIGURE OF THE EARTH,
FROM THE TIME OF NEWTON TO THAT
OF LAPLACE.



I. TODHUNTER, M.A., F.R.S.

IN TWO VOLUMES.

VOLUME I.



London:
MACMILLAN AND CO.

1873.

[All Rights reserved.]

Quelques références

Deparis et Legros, 2000, *Voyage à l'intérieur de la Terre*.

Lacombe et Costabel (Ed.), 1988, *La Figure de la Terre du XVIIIe siècle à l'ère spatiale*.

Trystram, 1979, *Le procès des étoiles*.

D'Alembert, 1751-65, article *Figure de la Terre* de l'Encyclopédie. <http://www.lib.uchicago.edu/efts/ARTFL/projects/encyc/>

Todhunter, 1873, *A History of the mathematical theories of attraction and the figure of the Earth*, reprint Dover 1962.

Laplace, 1799-1825, *Traité de mécanique céleste*.

Tisserand, 1891, *Traité de mécanique céleste*, tome II.

Poincaré, 1902, *Figures d'équilibre d'une masse fluide*.

Appell, 1932-37, *Traité de mécanique rationnelle*, tome IV.

Adresse du site D'Alembert

<http://dalembert.univ-lyon1.fr>

Adresse du site Planète Terre

<http://planet-terre.ens-lyon.fr>