Travaux dirigés Mouvements des Enveloppes fluides

Travail sur une carte d'analyse en surface
Vent géostrophique

Vincent Daniel

15-16 Juin 2000

1 Préliminaires

Observation

- Visualisation d'une animation satellitale sur une hémisphère.

Problèmatique et objectifs

- Comprendre pourquoi il n'y a pas d'enroulements nuageux à grande échelle au voisinage de l'Equateur.
- Comprendre pourquoi l'enroulement autour d'un centre depressionnaire (cyclone) s'effectue dans le sens contraire des aiguilles d'une montre dans l'hémisphère Nord.
- Trouver les forces qui animent les écoulements atmosphériques.
- Calculer la vitesse du vent à partir du champ de pression.

Domaine d'étude

- On ne s'intéresse qu'aux mouvements atmosphériques horizontaux (on va travailler dans le *plan tangent*).
- Ordre de grandeur des vitesses horizontales : $50km/h$.
- Ordre de grandeur des vitesses verticales : $50m/h$.

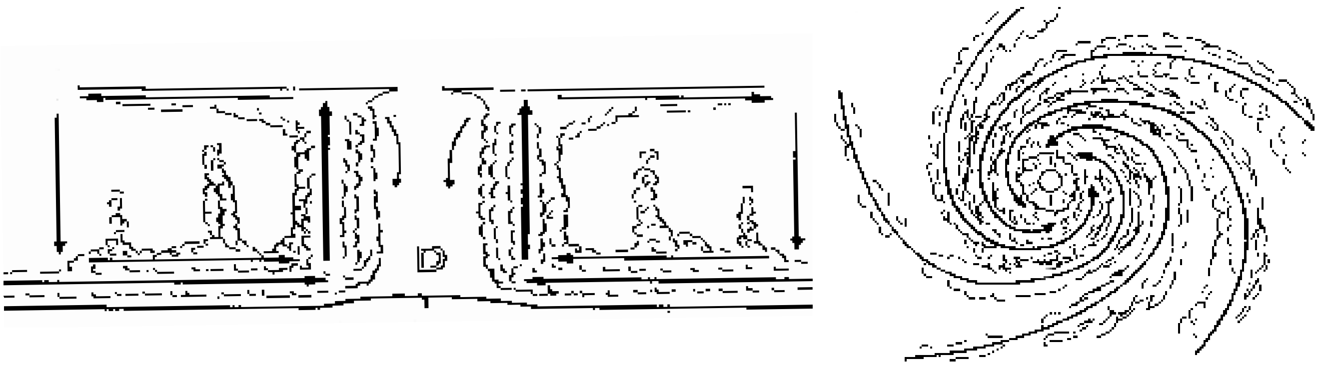

FIG. 1 – *Mouvements verticaux et horizontaux dans un cyclone (d'après M.Leroux 1996)*

2 Description physique de l'atmosphère

Conformément aux propositions du programme de la classe de $1^{ere}S$, la connaissance des propriètés dynamiques de l'atmosphère nécessite de définir préalablement un système, un référentiel et de faire l'inventaire des forces extérieures qui s'exercent sur ce système.

2.1 Le système

En météorologie, l'étude des masses d'air s'effectue en considérant des petites parties du fluide de volume τ, appelées particules. Ces particules sont caractérisées par des variables dynamiques et thermodynamiques.

- *question 1 :* Donnez des exemples de variables dynamiques et de variables thermodynamiques utiles en météorologie.

2.2 Le référentiel

Afin d'étudier les mouvements horizontaux au voisinage d'un point O, il est préférable de travailler dans un référentiel associé au plan tangent à la Terre au point O comme le montre la figure 2.
La rotation du repère local (cf figure 2) autour de l'axe vertical joue un rôle capital sur les mouvements

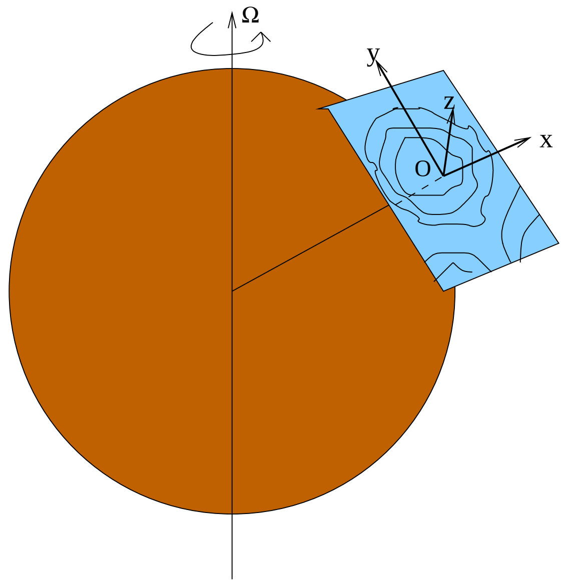

FIG. 2 – *Référentiel et repère du plan tangent*

atmosphériques.
Afin de déterminer la rotation du repère local autour de la verticale (axe Oz), on condidère un expérimentateur dont le dos est accolé à l'axe vertical du repère local (cf figure 3).

- *question 2 :* Lorsque la Terre fait un tour, est-ce que les 2 expérimentateurs ont tourné d'un même angle autour de l'axe vertical de leur repère local?
- *question 3 :* Les mouvements atmosphériques sont-ils influencés de la même manière suivant la latitude? En vous inspirant de l'animation satellitale pojetée au début du TD, quel genre de structure de la circulation atmosphèrique engendre la rotation de la Terre. On pourra regarder les photos prises lors de manipulations en cuve tournante au Plais de la Découverte.
- *question 4 :* Sachant que la Terre effectue un tour sur elle-même en 1 jour, calculez la vitesse angulaire de rotation Ω de la Terre (elle s'exprime en radiant par seconde).

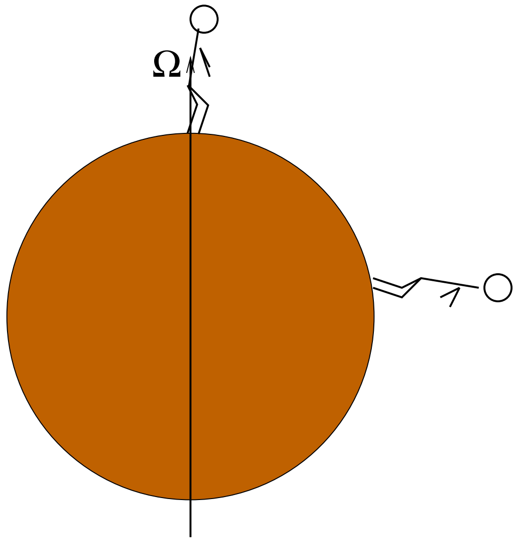

FIG. 3 – *Un expérimentateur à l'Equateur et un autre un Pôle Nord*

2.3 Les forces extérieures exercées sur le système

Le poids

- *question 5 :* Donnez en fonction du volume τ, de la masse volumique ρ et de la gravité g, l'expression du poids exercé sur le système.
- *question 5 :* Le poids doit il être pris en compte dans notre étude des mouvements horizontaux de l'atmosphère?

La force de pression

La pression en un point d'un fluide est une mesure du poids de la colonne de fluide située au dessus.
Dans notre plan horizontal, les variations de pression d'un endroit à l'autre induisent des forces sur les particules de fluide dites forces de pression.
Les composantes horizontales de cette force sont données par les formules suivantes:

$$\left\{ \begin{array}{ll} F_x & = -\frac{P_B - P_A}{x_B - x_A} \times \tau \\ F_y & = -\frac{P_B - P_A}{y_B - y_A} \times \tau \end{array} \right. \qquad ou \;\; \vec{F} = -gr\vec{a}dP\tau \tag{1}$$

On considère un récipient rempli d'eau en vidange (cf figure 4 et cf manipulation).

- *question 7 :* En appliquant la loi de l'hydrostatique : $\Delta P = \rho g H$ entre les points A et B, calculez la valeur de la pression au point B.
- *question 8 :* Indiquez ensuite la direction du gradient de pression au point M et donner sont expression.
- *question 9 :* Dessiner la direction de la force de pression qui s'exerce sur la particule située en M.
- *question 10 :* Concluez sur la possibilité d'écoulement du fluide.

On considère 2 colonnes atmosphériques (cf figure 5) telles que $\rho_1 H_1 \leq \rho_2 H_2$

- *question 11 :* Sous quelle colonne va se former un cyclone, un anticyclone?

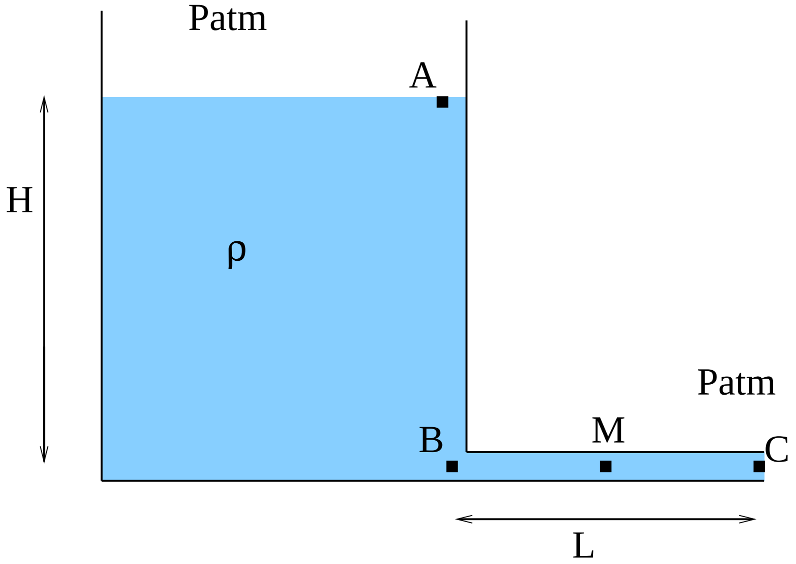

FIG. 4 – *Vidange d'un réservoir contenant de l'eau*

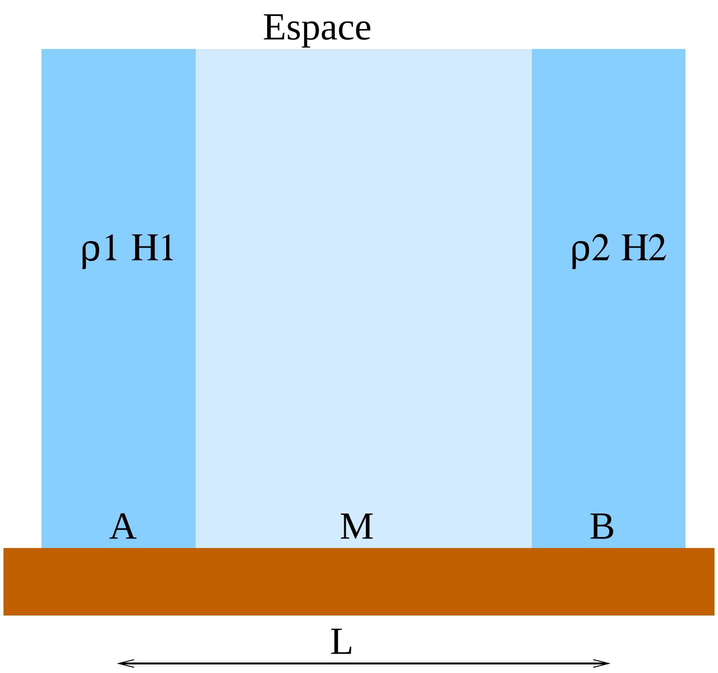

FIG. 5 – *Deux colonnes atmosphériques*

- *question 12 :* En vous aidant de l'exercice précédent, dessiner le gardient de pression en M et la force de pression exercée sur la particule M.

Travail sur la carte d'analyse en surface
La figure 6 décrit les données enregistrées dans une station.
La pression est un peu délicate à calculer à partir de l'indication : il faut mettre une virgule avant le dernier chiffre et ajouter soit un 9 soit un 10 (seule la cohérence permet de conclure). Le résultat est exprimé en hPa.
Sur la figure 6, on lit 957. On met une virgule avant le 7. Puis on ajoute un 9 pour avoir une pression de

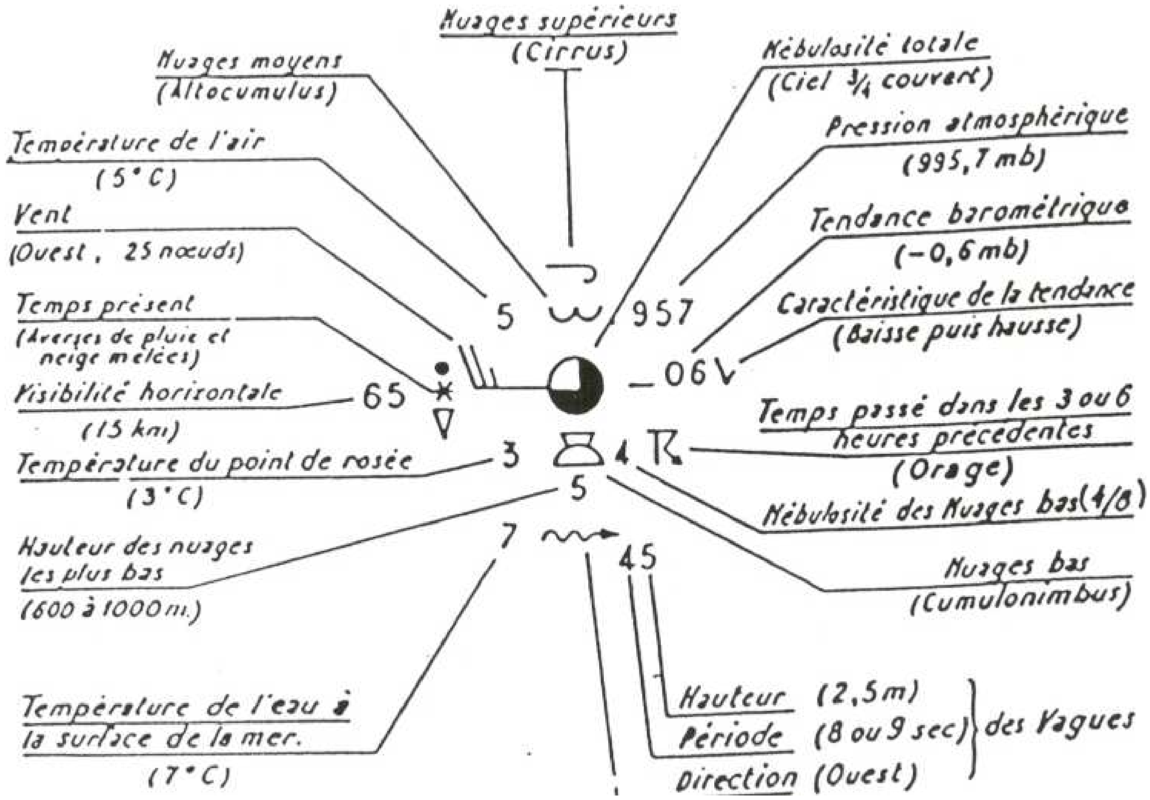

Fig. 6 – *Description des données enregistrées dans une station.*

995.7hPa (1095.7hPa serait trop élevée).

- *question 12 :* Localisez les centres anticycloniques et les centres depressionnaires ?
- *question 13 :* Dessiner la direction du vecteur $\vec{grad}P$ au point M.
- *question 14 :* Calculez l'amplitude du gradient de pression au point M.
- *question 15 :* Déduisez en la direction de la force de pression qui s'applique sur une particule de fluide en M.

2.4 N'oublions pas les forces d'inertie !!!

Lorsque l'on travaille dans un repère non galiléen (c'est à dire tournant, cf programme de la classe de $1^{ere}S$ il faut aussi considérer les forces dites d'inertie.

- *question 16 :* Le référentiel local est-il un référentiel galiléen ?

Visualisation de l'expérience de la bille dans un saladier sur un tour de pôtier.

La **force d'inertie d'entrainement** s'applique sur des particules en mouvement ou au repos.
C'est la force qui nous pousse vers l'extérieur lorsque l'on est immobile sur un manège.
A titre indicatif, son expression est :

$$\vec{F_{IE}} = \rho\tau\Omega^2 OM\vec{u_r} \tag{2}$$

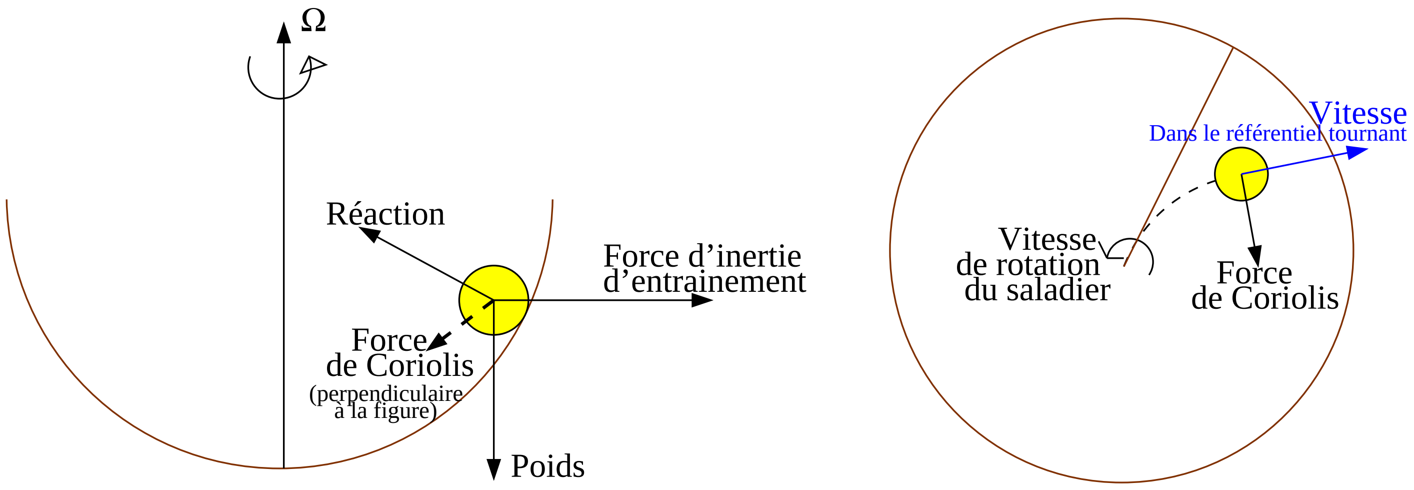

FIG. 7 – *L'expérience du saladier*

Sur la Terre, la force d'inertie d'entrainement est négligeable. De plus, en toute rigueur, elle est englobée dans le poids.

La **force d'inertie de Coriolis** s'applique uniquement sur les particules en mouvement dans le référentiel local.
C'est une force qui dévie vers la droite dans l'hémisphère Nord.
A titre indicatif, son expression est :

$$\vec{F_{IC}} = -2\rho\tau\vec{\Omega} \wedge \vec{V} \qquad avec\ \vec{\Omega}\ vecteur\ rotation\ du\ referentiel\ local \tag{3}$$

En météorologie, la force d'inertie de Coriolis est capitale car c'est dans cette force qu'apparait l'effet de la rotation de la Terre.

Travail sur la carte d'analyse en surface
Prenons une particule au point M, initialement immobile.

- *question 17 :* Dessiner la direction du vecteur vitesse quelques secondes plus tard en M' (on pourra s'aider du travail effectué sur la force de pression au point M).
- *question 18 :* Connaissant la direction du vecteur vitesse en M', dessiner la direction de la force d'inertie de Coriolis qui s'applique sur la particule en M'.
- *question 19 :* Dans quel sens la particule de fluide est-elle déviée ? Cela vous semble-t-il cohérent avec le sens d'enroulement des vents dans les cyclones et les anticyclones de l'hemisphère Nord ?

2.5 La relation du vent géostrophique

L'application du principe fondamental de la dynamique à une particule de fluide permet d'ecrire :

$$\boxed{\textbf{Masse*Accélération} \quad = \textbf{Force de Coriolis} \quad + \textbf{Force de pression}}$$

Des analyses d'ordre de grandeur pour les écoulements atmosphériques de grande échelle montrent que le terme de gauche est très petit devant les 2 termes de droite. On peut donc ecrire :

$$\boxed{\textbf{Force de Coriolis} \quad + \textbf{Force de pression} = \textbf{0}}$$

La force de Coriolis faisant intervenir la vitesse, on peut en déduire l'expression de la vitesse en fonction du gradient de pression :

Relation du vent géostrophique $\vec{V} = C^{ste} \times \vec{k} \wedge gr\vec{a}dp \qquad C^{ste} = \frac{1}{\rho 2\Omega_{Terre}\sin(latitude)}$

Cette relation dite du vent géostrophique est capitale car elle premet de connaitre le champ de vitesse à partir du champ de pression. Au bout d'un temps long, la force de Coriolis dévie assez les particules de fluide vers la droite pour qu'elles puissent avoir une trajectoire perpendiculaire au gradient de pression

La démonstration de cette relation vous est présentée en annexe et vous pourrez en discuter avec les professeurs de physique.

3 Tracé des vecteurs vents sur la carte d'analyse en surface

Ces questions portent sur la carte d'analyse en surface.

- *question 20 :* Trouvez l'orientation du gradient de pression par rapport aux isobares.

- *question 21 :* Trouvez les endroits où la norme du gradient de pression est la plus élevée, la plus faible.

- *question 22 :* A l'aide des données de température et de pression dans les stations météo, évaluez la masse volumique de l'air à l'aide de la relation ds gaz parfaits adaptée à l'air :

$$P = \rho \times 287 \times (T + 273)$$

  On prendra P en Pascal et T en degrès Celsius. La masse volumique s'exprimera en kg/m^3

- *question 23 :* En appliquant la relation du vent géostrophique, dessinez la direction puis calculez la norme du vecteur vitesse d'une particules située au point M (à l'Ouest de l'Irlande). La direction et la valeur de la norme de la vitesse coincide-t-elle avec les indications des barbules ?

- *question 24 :* Quel est l'intérêt de ces cartes d'analyse en surface ?

4 Travail sur la carte d'analyse en surface du jour

- *question 25 :* Dessinez le vecteur vent sur Lyon et calculez sa norme.

- *question 26 :* Voyez-vous une zone où souffle une tempête ?

5 Travail sur la carte d'analyse en surface des prévisions ECMWF

Vous trouverez ces prévisions sur la page http://www.ecmwf.int/.

- *question 27 :* Répondez aux mêmes questions que précédemment.

6 Annexe : Démonstration de la relation du vent géostrophique

6.1 Ecriture du principe fondamental de la dynamique

Montrez que l'ecriture, puis la projection sur les axes Ox et Oy du repère local, du principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule de fluide permet d'ecrire les 2 égalités suivantes :

$$\left\{\begin{array}{ll} \frac{du}{dt} & = 2\Omega v \sin\theta - \frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x} + F^x_{IE} \\ \frac{dv}{dt} & = -2\Omega u \sin\theta - \frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta y} + F^y_{IE} \end{array}\right. \tag{4}$$

6.2 Ordre de grandeur des termes des equations 4.

En étudiant la carte d'analye en surface, répondez aux questions suivantes :

- Donnez l'ordre de grandeur U des vitesses u et v dans l'atmosphère.

- Donnez l'ordre de grandeur L des longueurs caractéristiques.

- Donnez l'ordre de grandeur ΔP des variations de pression.

- Donnez l'ordre de grandeur ρ de la masse volumique de l'air. On calculera la masse volumique à l'aide de la pression, de la température et en appliquant la formule des gaz parfaits $P = 287 \times \rho T$

- A l'aide des 4 questions précédentes, remplissez la dernière ligne du tableau récapitulatif suivant :

	Accélération	Force de Coriolis	Force de pression
Equation du mvt pojeté sur Ox	$\frac{du}{dt}$	$= 2\Omega v \sin\theta$	$-\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta x}$
Equation du mvt pojeté sur Oy	$\frac{dv}{dt}$	$=$ - $2\Omega u \sin\theta$	$-\frac{1}{\rho}\frac{\Delta p}{\Delta y}$
Ordre de grandeur	$\frac{U^2}{L}$	$2\Omega U \sin\theta$	$\frac{\Delta P}{\rho L}$
Ordre de grandeur numérique			

- Calculez un ordre de grandeur de la norme de la force d'inertie d'entrainement et montrez qu'elle est négligeable (en toute rigueur cette force est integrée dans la gravité).
  Montrez qu'en première approximation, on a un équilibre entre la force de Coriolis et la force de pression.

- Finalement, montrez que la vitesse horizontale est donnée par la formule dite du vent géostrophique :

$$\left\{\begin{array}{ll} u & = -\frac{1}{\rho 2\Omega \sin\theta}\frac{\Delta p}{\Delta y} \\ v & = +\frac{1}{\rho 2\Omega \sin\theta}\frac{\Delta p}{\Delta x} \end{array}\right. \qquad ou\ \vec{V} = \frac{1}{\rho 2\Omega \sin\theta}\vec{k} \wedge \vec{grad}p \tag{5}$$